

**Aufgabe:**

Untersuche die Funktion  $f(x) = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{2})$  auf Schnittpunkte mit den Achsen, Extrema und Wendepunkte im Bereich  $[0; \pi]$ .

**Lösung:**

$$f(x) = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{2}) = 3 \sin(2(x - \frac{\pi}{4}))$$

Amplitude:  $a = 3$

Periode:  $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Verschiebung in x-Richtung:  $c = -\frac{\pi}{4}$  also um  $\frac{\pi}{4}$  nach rechts.

keine Verschiebung in y-Richtung.

**Berechnung der Ableitungen:**

$$f'(x) = 6 \cos(2x - \frac{\pi}{2})$$

$$f''(x) = -12 \sin(2x - \frac{\pi}{2}) = -4 \cdot f(x) \Rightarrow \text{Alle Nullstellen sind mögliche Wendepunkte!}$$

$$f'''(x) = -24 \cos(2x - \frac{\pi}{2}) = -4 \cdot f'(x)$$

**Schnittpunkte mit den Achsen:**

Schnittpunkt mit der y-Achse:

Bedingung:  $x = 0$

$$f(0) = -3 \Rightarrow S_y(0/-3)$$

**Nullstellen:**

Bedingung:  $f(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = k\pi, \text{ mit } k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x_k = (2k + 1) \frac{\pi}{4}$$

In unserem Intervall wären dies die Werte:  $x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{3\pi}{4}$

### Hoch- und Tiefpunkte:

notwendige Bedingung:  $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = (2k + 1)\frac{\pi}{2}, \text{ mit } k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x_k = (k + 1)\frac{\pi}{2}$$

In unserem Intervall wären dies die Werte:  $x_3 = 0, x_4 = \frac{\pi}{2}, x_5 = \pi$

$f(0) = f(\pi) = -3$ , wegen  $\pi$ -Periodizität.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$$

hinreichende Bedingung über zweite Ableitung:

$$f''(0) = f''(\pi) = 12 > 0 \quad \Rightarrow \text{TP}_1(0/-3), \text{TP}_2(\pi/-3)$$

$$f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -12 < 0 \quad \Rightarrow \text{HP}\left(\frac{\pi}{2}/3\right)$$

### Wendepunkte:

notwendige Bedingung:  $f''(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$\Rightarrow$  siehe Nullstellen!

hinreichende Bedingung über dritte Ableitung:

$$f'''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -24 \neq 0 \quad \Rightarrow \text{WP}_1\left(\frac{\pi}{4}/0\right)$$

$$f'''\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 24 \neq 0 \quad \Rightarrow \text{WP}_2\left(\frac{3\pi}{4}/0\right)$$

