Wissenswertes zur Bestimmung von ganzrationalen Funktionen

Eine Funktion $f(x)$

- ... ist vom Grad 2
  $f(x) = ax^2 + bx + c \;\Rightarrow\; f'(x) = 2ax + b$
- ... ist dritten Grades
  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \;\Rightarrow\; f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \;\Rightarrow\; f''(x) = 6ax + 2b$
- ... ist vom Grad 4
  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \;\Rightarrow\; f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d \;\Rightarrow\; f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$
- ... ist punktsymmetrisch zum Ursprung
  "alle Koeffizienten von geradem Grad sind Null und fallen weg"
- ... ist achsensymmetrisch zur y-Achse
  "alle Koeffizienten von ungeradem Grad sind Null und fallen weg"
- ... geht durch den Punkt $P(3/4)$
  $f(3) = 4$
- ... geht durch den Ursprung
  $f(0) = 0$
- ... berührt die x-Achse an der Stelle $x = 2$
  $f(2) = 0 \wedge f'(2) = 0$
- ... hat einen Hochpunkt bei $H(-1/2)$
  $f(-1) = 2 \wedge f'(-1) = 0$
- ... hat in $P(-3/2)$ eine zur x-Achse parallele Tangente
  $f(-3) = 2 \wedge f'(-3) = 0$
- ... hat in $Q(1/-3)$ eine Tangente parallel zur Geraden (berührt die Gerade) $g(x) = -2x + 3$
  $f(1) = -3 \wedge f'(1) = g'(-1) = -2$
- ... die Tangente in $R(1/1)$ schließt mit der positiven x-Achse einen Winkel von 45° ein
  $f(1) = 1 \wedge f'(1) = \tan 45°$
- ... hat einen Wendepunkt bei $W(1/1)$
  $f(1) = 1 \wedge f''(1) = 0$
- ... hat im Punkt $S(2/-1)$ eine Wendetangente orthogonal zur Parabel $p(x) = x^2 - 2x$
  $f(2) = -1 \wedge f''(2) = 0 \wedge f'(2) = -\dfrac{1}{p'(2)} = -\frac{1}{2}$

Die hinreichenden Bedingungen für Extremwerte bzw. Wendepunkte werden zum Schluß, wenn die Gleichung der Funktion mit den notwendigen Bedingungen bestimmt ist, nachgeprüft und sollte ein Widerspruch entstehen, dann existiert eine solche Funktion nicht.