Multiple Choice

“Differential- und Integralrechnung“

Im Folgenden finden Sie einige Fragen zur Differential- und Integralrechnung.
Zu jeder Frage ist jeweils eine der gegebenen Antwortmöglichkeiten richtig.
Zugelassen sind alle Hilfsmittel. Bitte benutzen Sie die Navigation auf der

rechten Seite,
um den Test zu steuern.

Die Optionen „Vollbild“ und „Beenden“ sind nur offline
im Adobe Reader verfügbar.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

interattractive

Test starten **Um den Test zu beginnen, klicken Sie bitte auf "Test starten".**

1. Bestimmen Sie die Nullstelle x_n der Tangente an das Schaubild $f(x) = x^2$ an der Stelle $x_0 = 1$.

- ☐ $x_n = 1$
- ☐ $x_n = 2$
- ☐ $x_n = \frac{1}{2}$
- ☐ $x_n = -1$
- ☐ $x_n = -\frac{1}{2}$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

2. An welcher Stelle x_0 besitzt das Schaubild der Funktion $f(x) = e^x$ eine Tangente parallel zur 1. Winkelhalbierenden?

- ☐ $x_0 = 1$
- ☐ $x_0 = -1$
- ☐ $x_0 = 0$
- ☐ $x_0 = 2$
- ☐ $x_0 = -2$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

3. Für welchen Wert von $b > 0$ gilt: $\int_0^b (\frac{1}{3}x^3 - x)\,dx = 0$?

- ☐ $b = 1$
- ☐ $b = \sqrt{3}$
- ☐ $b = 2$
- ☐ $b = \sqrt{6}$
- ☐ $b = 3$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

4. An welcher Stelle x_0 sind die Tangenten an die Schaubilder $f(x) = 4x^2 + \frac{16}{37}$ und $g(x) = 3x - \sqrt{2}$ parallel?

- ☐ $x_0 = 1$
- ☐ $x_0 = -\frac{8}{3}$
- ☐ $x_0 = \frac{3}{8}$
- ☐ $x_0 = \frac{8}{3}$
- ☐ $x_0 = -\frac{3}{8}$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

5. Was berechnet man geometrisch mit dem Integral $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ in den Grenzen $x = a$ und $x = b$?

- ☐ Die Steigung im Mittelpunkt zwischen a und b
- ☐ Die Fläche zwischen a und b mit der x-Achse
- ☐ Die Fläche mit der y-Achse
- ☐ Die Differenz der Flächeninhalte oberhalb und unterhalb der x-Achse in den Grenzen a und b
- ☐ Weiß ich nicht.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

6. Bestimmen Sie den Flächeninhalt zwischen der Kurve $f(x) = 2x^2 - 8$ und der x-Achse.

- ☐ $A = 8$
- ☐ $A = \frac{34}{3}$
- ☐ $A = \frac{44}{3}$
- ☐ $A = \frac{54}{3}$
- ☐ $A = \frac{64}{3}$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

7. Besimmen Sie die 5. Ableitung $f^{(5)}(x)$ von der Funktion $f(x) = 2e^{-x}$?

- ☐ $f^{(5)}(x) = -32e^{-x}$
- ☐ $f^{(5)}(x) = -2e^{-x}$
- ☐ $f^{(5)}(x) = 32e^{-x}$
- ☐ $f^{(5)}(x) = 2e^{-5x}$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

8. Bestimmen Sie die untere Grenze $x = a$ so, dass die Flächenstücke der Funktion $f(x) = 2x - 1$ oberhalb und unterhalb der x-Achse zwischen $x = a$ mit $a < 4$ und $x = 4$ gleich groß ist.

- ☐ $a = 1$
- ☐ $a = 0$
- ☐ $a = -1$
- ☐ $a = -2$
- ☐ $a = -3$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

9. Bestimmen Sie die Stammfunktion $F(x)$ der Funktion $f(x) = (1-x)^2$.

- ☐ $F(x) = \frac{1}{3}(1-x)^3$
- ☐ $F(x) = -\frac{1}{3}(1-x)^3$
- ☐ $F(x) = 2(1-x)$
- ☐ $F(x) = -2(1-x)$
- ☐ $F(x) = -2(1-x)^2$

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

10. Bestimmen Sie die Abszisse (x-Koordinate) eines Punktes des Schaubilds von $f(x) = e^x$, dessen Tangente parallel zur x-Achse ist.

- ☐ $x_0 = 0$
- ☐ $x_0 = 1$
- ☐ $x_0 = 2$
- ☐ $x_0 = e$
- ☐ Es gibt kein x_0, das dies erfüllt

Test beenden **Um den Test zu beenden, klicken Sie bitte auf "Test beenden".**

Sie haben Antworten richtig!

Sie haben Punkten erreicht, das macht !

Klicken Sie Richtige Antworten , um sich die korrekten Lösungen anzeigen zu lassen.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

Lösungen der Aufgaben

Lösung zu Aufgabe 1:

Die Gleichung der Tangente lautet mit Hilfe der Punkt-Steigungsform

$$\frac{y - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

Die Ableitung der Funktion $f(x)$ ist

$f'(x) = 2x$

Die Gleichung der Tangente lautet damit

$$\frac{y-1}{x-1} = 2$$

Die Nullstelle der Tangente findet man, indem man $y = 0$ setzt

$$\frac{0-1}{x-1} = 2$$

Aufgelöst nach x

$x_n = \frac{1}{2}$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 2:
Die Gleichung der 1. Winkelhalbierenden lautet $y = x$
Die Steigung dieser Geraden ist 1
Folgende Bedingung muss gelten: $f'(x) = 1$
Die 1. Ableitung der Funktion $f(x)$ ist
$f'(x) = e^x$
Es muss also gelten
$e^x = 1$
$x_0 = 0$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 3:

Anwendung des Hauptsatzes der Integralrechnung:

$\int\limits_0^b (\frac{1}{3}x^3 - x)\,dx = 0$

$[\frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^2]_0^b = 0$

$\frac{1}{12}b^4 - \frac{1}{2}b^2 = 0$

Multiplikation mit 12 liefert

$b^2(b^2 - 6) = 0$

Die Lösungen dieser Gleichung sind

$b_{1,2} = 0$ und $b_{3,4} = \pm\sqrt{6}$

Als einzig positive Lösung kommt $b = \sqrt{6}$ in Frage.

< zurück zur Aufgabe

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

Lösung zu Aufgabe 4:

Damit die Tangenten der beiden Schaubilder parallel sind muss gelten: $f'(x) = g'(x)$

$f'(x) = 8x$ und $g'(x) = 3$

Gleichheit fordert

$8x = 3$

$x_0 = \frac{3}{8}$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

Lösung zu Aufgabe 5:
Ein Integral berechnet die Differenz der Flcheninhalte oberhalb und unterhalb der x-Achse in den Grenzen a und b

< zurück zur Aufgabe

Lösungen

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 6:
Bestimmung der Nullstellen der Kurve: $f(x) = 0$
Dies liefert die Integrationsgrenzen
$2x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4$
$x_{1,2} = \pm 2$
Der Flächeninhalt ist damit

$$A = -\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = -\int_{-2}^{2} (2x^2 - 8)\,dx = -[\tfrac{2}{3}x^3 - 8x]_{-2}^{2}$$

$$A = \frac{64}{3}$$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 7:
Man leitet $f(x) = 2e^{-x}$ fünf Mal nacheinander ab und erhält:
$f'(x) = -2e^{-x}$
$f''(x) = 2e^{-x}$
$f'''(x) = -2e^{-x}$
$f^{(4)}(x) = 2e^{-x}$
$f^{(5)}(x) = -2e^{-x}$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 8:

Damit die Flächenstücke ober- und unterhalb der x-Achse gleich groß sind muss gelten:

$\int\limits_a^4 (2x-1)\,dx = 0$

Ausrechnen des Integrals liefert

$[x^2 - x]_a^4 = 0 \Leftrightarrow 16 - 4 - (a^2 - a) = 0$

$-a^2 + a + 12 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{-2}$

$a_1 = -3$

$a_2 = 4$

Nur a_1 kommt in Frage wegen der Bedingung $a < 4$ < zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösungen

Lösung zu Aufgabe 9:
Die Stammfunktion ist
$F(x) = -\frac{1}{3}(1-x)^3$
Prüfen durch Ableiten:
$F'(x) = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (1-x)^2 \cdot (-1) = (1-x)^2 = f(x)$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 10:
Die Bedingung muss lauten: $f'(x) = 0$
$e^x = 0$
Dies ist nicht lösbar, da $e^x > 0$ für alle x

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden