"Komplexe Zahlen"

Im Folgenden finden Sie einige Fragen zu komplexen Zahlen.
Zu jeder Frage ist jeweils eine der gegebenen Antwortmöglichkeiten richtig.
Zugelassen sind alle Hilfsmittel. Bitte benutzen Sie die Navigation auf der

rechten Seite,
um den Test zu steuern.

Die Optionen „Vollbild" und „Beenden" sind nur offline
im Adobe Reader verfügbar.

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Test starten **Um den Test zu beginnen, klicken Sie bitte auf "Test starten".**

1. Gegeben sind die zwei komplexen Zahlen $z = 2 - 5j$ und $w = -1 + 3j$. Berechnen Sie $z + w$.

- ☐ $1 + 2j$
- ☐ $1 - 2j$
- ☐ $2 + j$
- ☐ $-2 - j$
- ☐ Nichts davon

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

2. Gegeben sind die zwei komplexen Zahlen $z = 2 + j$ und $w = -2 - 2j$. Berechnen Sie $z \cdot w$.

- ☐ $-j$
- ☐ $2 - 6j$
- ☐ $-2 - 6j$
- ☐ -4
- ☐ $1 - 2j$
- ☐ Nichts davon.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

3. Berechnen Sie den Betrag der folgenden komplexen Zahl $z = 2 - 2j$.

- ☐ $|z| = 2\sqrt{2}$
- ☐ $|z| = -2$
- ☐ $|z| = \sqrt{2}$
- ☐ $|z| = 2$
- ☐ Nichts davon.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

4. Schreiben Sie die komplexe Zahl $z = 2 + 2j$ in der Form $z = r(\cos\varphi + j\sin\varphi)$.

- ☐ $z = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{6} - j\sin\frac{\pi}{6})$
- ☐ $z = 2(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4})$
- ☐ $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} - j\sin\frac{\pi}{2})$
- ☐ $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4})$
- ☐ $z = 2(\cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2})$
- ☐ Nichts davon.

5. Schreiben Sie die komplexe Zahl $z = 2 - 2j$ in der Form $z = re^{j\varphi}$.

- ☐ $z = -2\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$
- ☐ $z = 2\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$
- ☐ $z = -2\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$
- ☐ $z = 2\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$
- ☐ Nichts davon.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

6. Gegeben sind die zwei kompexen Zahlen $z = 2 + j$ und $w = -2 - 2j$.
Berechnen Sie $\frac{z}{w}$.

- ☐ $-2j$
- ☐ $\frac{3}{4} - j$
- ☐ $-\frac{3}{4} + \frac{1}{4}j$
- ☐ -4
- ☐ $-1 - 2j$
- ☐ Nichts davon.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

7. Gegeben ist die kompexe Zahl $z = 1 + j$.
Berechnen Sie z^4.

- ☐ $z^4 = 1 + 4j$
- ☐ $z^4 = 4 + 4j$
- ☐ $z^4 = -4$
- ☐ $z^4 = 4$
- ☐ $z^4 = -4 - 4j$
- ☐ Nichts davon.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

8. Die folgende Punktmenge in der Ebene stellt einen Kreis dar.

$\mathrm{Re}(\frac{z+1}{z-1}) = 2$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M.

- ☐ $M(0/0)$
- ☐ $M(0/2)$
- ☐ $M(2/0)$
- ☐ $M(-1/1)$
- ☐ $M(1/1)$
- ☐ Nichts davon.

Multiple Choice

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

interattractive

9. Zerlegen Sie den Term $z^4 - 1$ mit $(z \in \mathbb{C})$ in Linearfaktoren.

- ☐ $z^4 - 1 = (z+1)(z-1)(z+j)(z-j)$
- ☐ $z^4 - 1 = (z+1)^2(z-1)^2$
- ☐ $z^4 - 1 = (z+j)^2(z-j)^2$
- ☐ $z^4 - 1 = (z-1)^2(z+j)(z-j)$
- ☐ $z^4 - 1 = (z+1)^2(z+j)(z-j)$
- ☐ Nichts davon.

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

10. Bestimmen Sie die drei komplexen Lösungen der komplexen Gleichung $z^3 + 1 = 0$ mit $(z \in \mathbb{C})$ in der Eulerschen Darstellung.

- ☐ $z_0 = e^{j\frac{\pi}{3}},\ z_1 = e^{-j\pi},\ z_2 = e^{-j\frac{5\pi}{3}}$
- ☐ $z_0 = e^{j\frac{2\pi}{3}},\ z_1 = e^{j2\pi},\ z_2 = e^{j\frac{10\pi}{3}}$
- ☐ $z_0 = e^{j\frac{\pi}{3}},\ z_1 = e^{j\pi},\ z_2 = e^{j\frac{5\pi}{3}}$
- ☐ $z_0 = e^{-j\frac{\pi}{3}},\ z_1 = e^{-j\pi},\ z_2 = e^{-j\frac{5\pi}{3}}$
- ☐ $z_0 = e^{j\frac{2\pi}{3}},\ z_1 = e^{-j\pi},\ z_2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$
- ☐ Nichts davon.

Test beenden **Um den Test zu beenden, klicken Sie bitte auf "Test beenden"**

Sie haben Antworten richtig!

Sie haben Punkten erreicht, das macht !

Klicken Sie [Richtige Antworten], um sich die korrekten Lösungen anzeigen zu lassen.

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösungen der Aufgaben

Lösung zu Aufgabe 1:
Die Addition/Subtraktion komplexer Zahlen erfolgt durch jeweilige Addition/Subtraktion der Real- bzw. Imaginärteile.
$z + w = 2 - 5j - 1 + 3j = 1 - 2j$

< zurück zur Aufgabe

Lösung zu Aufgabe 2:
Ausmultiplizieren liefert:
$z \cdot w = (2 + j)(-2 - 2j) = -4 - 4j - 2j - 2j^2 = -2 - 6j$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 3:
Der Betrag der komplexen Zahl ist
$|z| = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 4:

Die komplexe Zahl liegt im I. Quadranten.

$r = |z| = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\tan\varphi = \dfrac{2}{2} = 1 \implies \varphi = \frac{\pi}{4}$

Somit gilt in der polaren Darstellung

$z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4})$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

Lösung zu Aufgabe 5:
Die komplexe Zahl liegt im IV. Quadranten.
$r = |z| = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
$\tan\varphi = \frac{-2}{2} = -1 \implies \varphi = -\frac{\pi}{4}$
Somit gilt in der Eulerschen Darstellung
$z = 2\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 6:

Erweitern mit der konjugiert komplexen Zahl des Nenners $\overline{w}$

$$\frac{z}{w}=\frac{2+j}{-2-2j}=\frac{(2+j)}{(-2-2j)}\cdot\frac{(-2+2j)}{(-2+2j)}=\frac{-4+4j-2j+2j^2}{4-4j^2}=\frac{-6+2j}{8}=-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}j$$

< zurück zur Aufgabe

Lösung zu Aufgabe 7:
Bei Potenzen von komplexen Zahlen empfiehlt es sich, die Basis in der Eulerschen Darstellung zu schreiben und dann die Potenz auszuführen.

$z = 1 + j = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$

$\Longrightarrow\ z^4 = (\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}})^4 = 4\underbrace{e^{j\pi}}_{-1} = -4$

< zurück zur Aufgabe

Lösungen

Vollbild

<< >>

< >

Beenden

Lösung zu Aufgabe 8:

Die komplexe Zahl z ist allgemein in kartesischer Form $z = x + jy$

$$\frac{z+1}{z-1} = \frac{x+jy+1}{x+jy-1} = \frac{[(x+1)+jy]}{[(x-1)+jy]} \cdot \frac{[(x-1)-jy]}{[(x-1)-jy]}$$

$$\frac{z+1}{z-1} = \frac{(x+1)(x-1) - j(x+1)y + j(x-1)y + y^2}{(x-1)^2 + y^2}$$

$$\frac{z+1}{z-1} = \frac{x^2 - 1 + y^2 - j2y}{(x-1)^2 + y^2} = \frac{x^2 - 1 + y^2}{(x-1)^2 + y^2} - j\frac{2y}{(x-1)^2 + y^2}$$

Der Realteil ist damit

$$\mathrm{Re}\left(\frac{z+1}{z-1}\right) = \frac{x^2 - 1 + y^2}{(x-1)^2 + y^2}$$

Dies in obige Gleichung eingesetzt liefert

$$\frac{x^2 - 1 + y^2}{(x-1)^2 + y^2} = 2 \iff x^2 - 1 + y^2 = 2[(x-1)^2 + y^2]$$

$$x^2 - 1 + y^2 = 2x^2 - 4x + 2 + 2y^2$$

$$0 = x^2 - 4x + 3 + y^2$$

Quadratische Ergänzung des Terms in x

$$0 = (x-2)^2 - 4 + 3 + y^2$$

Dies liefert die Kreisgleichung

$$(x-2)^2 + y^2 = 1$$

$M(2/0)$, $r = 1$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 9:
Mit Hilfe der 3. binomischen Formel folgt
$z^4 - 1 = (z^2 - 1)(z^2 + 1)$
Diese quadratischen Terme liefern
$z^2 - 1 = (z + 1)(z - 1)$
$z^2 + 1 = (z + j)(z - j)$
Hieraus ergibt sich
$z^4 - 1 = (z + 1)(z - 1)(z + j)(z - j)$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden

Lösung zu Aufgabe 10:

Isolieren der Potenz $z^3 = -1$

Umschreiben der rechten Seite der Gleichung in Eulersche Form

$z^3 = e^{j\pi}$

Formel von Moivre

$z^n = re^{j\varphi}$ mit $r \neq 0$

$z_k = \sqrt[n]{r} e^{j\left(\frac{\varphi}{n} + k \cdot \frac{2\pi}{n}\right)}$ mit $k = 0, 1, ..., n-1$

Diese Formel angewandt liefert mit:

$n = 3$ also $(k = 0,\ 1,\ 2),\ r = 1,\ \varphi = \pi$

$z_0 = e^{j\left(\frac{\pi}{3} + 0 \cdot \frac{2\pi}{3}\right)} = e^{j\frac{\pi}{3}}$

$z_1 = e^{j\left(\frac{\pi}{3} + 1 \cdot \frac{2\pi}{3}\right)} = e^{j\pi}$

$z_2 = e^{j\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot \frac{2\pi}{3}\right)} = e^{j\frac{5\pi}{3}}$

< zurück zur Aufgabe

Vollbild
<< >>
< >
Beenden