Multiple-Choice-Test zum Thema
"Grundlagen - Algebra 2"

Umfang:	10 Aufgaben
Bearbeitungszeit:	30 Minuten
Hilfsmittel:	alle

Bei jeder Aufgabe ist genau eine der vorgeschlagenen Antworten richtig!

Frage 1
Bestimmen Sie die Lösungen folgender Betragsgleichung
$-6-|x-3|=4$

- ☐ $x_1=-7,\ x_2=13$
- ☐ $x_1=7,\ x_2=-13$
- ☐ $x_1=7,\ x_2=13$
- ☐ $x_1=-7,\ x_2=-13$
- ☐ Geht nicht.

Frage 2
Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck, so dass nur positive Hochzahlen vorkommen.
$\left(\frac{x^2y^{-1}z^3}{ab^{-2}}\right):\left(\frac{xyz^{-3}}{a^{-2}b}\right)$

- ☐ $\frac{b^3xz^6}{a^3y^2}$
- ☐ $\frac{abx^3}{yz}$
- ☐ $\frac{ax}{y^2zb}$
- ☐ $\frac{bx^2}{ayz^2}$
- ☐ $\frac{abx^3}{y}$
- ☐ Nichts davon.

Frage 3

Fassen Sie zu einem Term zusammen.

$\frac{1}{2}\log c^{2m+1} - (m+1)\log\sqrt[3]{c^2}$

- ☐ $\log(m+1)c^{\frac{1}{6}}$
- ☐ $\log\frac{1}{3}c^m$
- ☐ $\log c^{m-2}$
- ☐ $\dfrac{\log c^m}{\log c^{\frac{1}{6}}}$
- ☐ $\log c^{\frac{1}{3}m-\frac{1}{6}}$
- ☐ Andere Lösung.

Frage 4

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung:

$2 - e^{-2x} = e^{2x}$

- ☐ $x_{1,2} = \pm 1$
- ☐ $x_1 = 0,\ x_2 = 1$
- ☐ $x_{1,2} = 0$
- ☐ $x_1 = 0,\ x_2 = -1$
- ☐ $x_{1,2} = 1$
- ☐ Anderes Ergebnis.

Frage 5

Für welche x liegt die Funktion $f(x)$ unterhalb oder auf der x-Achse?

$f(x) = 4x^2 - 4x - 24$

- ☐ $x \in [-3;2]$
- ☐ $x \in [-2;3]$
- ☐ $x \in [-2;3)$
- ☐ $x \in (-3;2]$
- ☐ $x \in (-2;3]$
- ☐ Nichts davon.

Frage 6
Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion
$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

- ☐ $x \in (-1;1)$
- ☐ $x \in (-1;1]$
- ☐ $x \in [-1;1]$
- ☐ $x \in [0;1]$
- ☐ Nichts davon.

Frage 7
Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion
$f(x) = \dfrac{2x}{x^2 - 4}$.

- ☐ $D = \{x \in R \mid x \neq 0\}$
- ☐ $D = \{x \in R \mid x \neq 2\}$
- ☐ $D = \{x \in R \mid x \neq -2\}$
- ☐ $D = \{x \in R \mid x \neq \pm 2\}$
- ☐ Nichts davon.

Frage 8
Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion
$f(x) = \ln \dfrac{2x}{x+1}$.

- ☐ $L = \{x \in R \mid x > 0\}$
- ☐ $L = \{x \in R \mid x > 1 \text{ oder } x < 0\}$
- ☐ $L = \{x \in R \mid -1 < x < 0\}$
- ☐ $L = \{x \in R \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}$
- ☐ Nichts davon.

Frage 9
Bestimmen Sie den Wertebereich der Funktion
$f(x) = x^2 - 1$.

- ☐ $x \in [-1;1]$
- ☐ $x \in [0;1]$
- ☐ $y \in [-1;\infty)$
- ☐ $y \in [0;\infty)$
- ☐ Nichts davon.

Frage 10

Berechnen Sie die folgende Summe

$$S = \sum_{n=0}^{3} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)^2} \cos[(n+1)\pi] \text{ ?}$$

- ☐ $S = \frac{1669}{3600}$
- ☐ $S = \frac{19}{36}$
- ☐ $S = 1$
- ☐ $S = 0$
- ☐ Nichts davon.

Musterlösung zu Frage 1

$-6-|x-3|=4 \Leftrightarrow -|x-3|=10 \Leftrightarrow |x-3|=-10$

Der Betrag kann niemals negativ sein!

Musterlösung zu Frage 2

Umschreiben des Doppelbruchs

$$\left(\frac{x^2y^{-1}z^3}{ab^{-2}}\right):\left(\frac{xyz^{-3}}{a^{-2}b}\right)=\left(\frac{x^2y^{-1}z^3}{ab^{-2}}\right)\cdot\left(\frac{a^{-2}b}{xyz^{-3}}\right)$$

$$=\frac{b^3xz^6}{a^3y^2}$$

Musterlösung zu Frage 3

Mit Hilfe der Logarithmen- und Potenzgesetze folgt:

$$\tfrac{1}{2}\log c^{2m+1}-(m+1)\log\sqrt[3]{c^2}=\log(c^{2m+1})^{\frac{1}{2}}-\log(c^{\frac{2}{3}})^{m+1}$$

$$=\log\frac{(c^{2m+1})^{\frac{1}{2}}}{(c^{\frac{2}{3}})^{m+1}}=\log\frac{c^{m+\frac{1}{2}}}{c^{\frac{2}{3}m+\frac{2}{3}}}=\log c^{\frac{1}{3}m-\frac{1}{6}}$$

Musterlösung zu Frage 4

Die Substitution $z=e^{2x}>0$ liefert:

$$2-\frac{1}{z}=z \quad |\cdot z \Leftrightarrow 2z-1=z^2 \Leftrightarrow z^2-2z+1=0$$

$$\Leftrightarrow (z-1)^2=0 \Rightarrow z_{1,2}=1$$

Rücksubstitution liefert:

$$e^{2x}=1 \Leftrightarrow 2x=\ln 1=0$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=0$$

Musterlösung zu Frage 5

Diese Aufgabe löst man am einfachsten grafisch: Bei der Funktion $f(x)=4x^2-4x-24$ handelt es sich um eine nach oben geöffnete Parabel.

Zu lösen ist die Ungleichung

$$4x^2-4x-24\le 0$$

Also bestimmt man die beiden Nullstellen x_1 und x_2 (mit $x_1<x_2$) der Funktion

Die Lösungsmenge der Ungleichung ist dann:

$L=\{x\in R \mid x_1\le x\le x_2\}$ oder $x\in[x_1;x_2]$

Nullstellen der Funktion: $f(x)=0$

$$4x^2-4x-24=0 \Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16+384}}{8}=\frac{4\pm 20}{8}$$

$$\Rightarrow x_1=-2,\ x_2=3$$

Somit ist die Lösungsmenge: $x\in[-2;3]$

Musterlösung zu Frage 6

Eine Wurzelfunktion ist definiert, wenn das Argument (Radikand) positiv oder Null ist, also wenn gilt:

$x^2 - 1 \geq 0$.

Diese Ungleichung löst man am einfachsten grafisch: Bei der Funktion $f(x) = x^2 - 1$ handelt es sich um eine nach oben geöffnete Parabel.

Also bestimmt man die beiden Nullstellen x_1 und x_2 (mit $x_1 < x_2$) der Funktion

Die Lösungsmenge der Ungleichung ist dann:

$L = \{x \in R \mid x_1 \leq x \leq x_2\}$ oder $x \in [x_1; x_2]$

Nullstellen der Funktion: $f(x) = 0$

$x^2 = 1 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm 1$

$\Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 1$

Somit ist die Lösungsmenge: $x \in [-1;1]$

Musterlösung zu Frage 7

Eine gebrochenrationale Funktion ist für alle $x \in R$ definiert, außer den Nennernulltstellen.

Bestimmung der Nennernullstellen:

$x^2 - 4 = 0$

$x_{1,2} = \pm 2$

Damit folgt für den Definitionsbereich:

$D = \{x \in R \mid x \neq \pm 2\}$

Musterlösung zu Frage 8

Eine Logarithmusfunktion ist definiert, wenn das Argument positiv ist, also wenn gilt: $\frac{2x}{x+1} > 0$.

Diese Ungleichung ist jedoch nur definiert für $L_0 = \{x \in R \mid x \neq -1\}$

Lösung der Ungleichung: $\frac{2x}{x+1} > 0$

1. Fall: $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

$\frac{2x}{x+1} > 0 \quad | \cdot (x+1) > 0$

$2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

$L_1 = \{x \in R \mid x > 0\}$

2. Fall: $x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$

$\frac{2x}{x+1} > 0 \quad | \cdot (x+1) < 0$

$2x < 0 \Leftrightarrow x < 0$

$L_2 = \{x \in R \mid x < -1\}$

Die Gesamtlösung ist damit:

$L = L_0 \cup L_1 \cup L_2 = \{x \in R \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}$

Musterlösung zu Frage 9

Der Wertebereich sind diejenigen y-Werte, die von der Funktion angenommen werden können.

Bei der Funktion handelt es sich um eine nach oben geöffnete Normalparabel, die um 1 nach unten verschoben ist. Deshalb ist der kleinste Funktionswert, der angenommen werden kann $y = -1$.

Der Wertebereich ist also

$y \in [-1; \infty)$

Musterlösung zu Frage 10

Das Summenglied für $n = 0$:

$$\frac{(-1)^{0+1}}{(0+2)^2}\cos[(0+1)\pi] = \frac{-1}{4}\cdot(-1) = \frac{1}{4}$$

Das Summenglied für $n = 1$:

$$\frac{(-1)^{1+1}}{(1+2)^2}\cos[(1+1)\pi] = \frac{1}{9}\cdot 1 = \frac{1}{9}$$

Das Summenglied für $n = 2$:

$$\frac{(-1)^{2+1}}{(2+2)^2}\cos[(2+1)\pi] = \frac{-1}{16}\cdot(-1) = \frac{1}{16}$$

Das Summenglied für $n = 3$:

$$\frac{(-1)^{3+1}}{(3+2)^2}\cos[(3+1)\pi] = \frac{1}{25}\cdot 1 = \frac{1}{25}$$

Die Summe ist

$$S = \sum_{n=0}^{3}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)^2}\cos[(n+1)\pi] = \frac{1669}{3600}$$