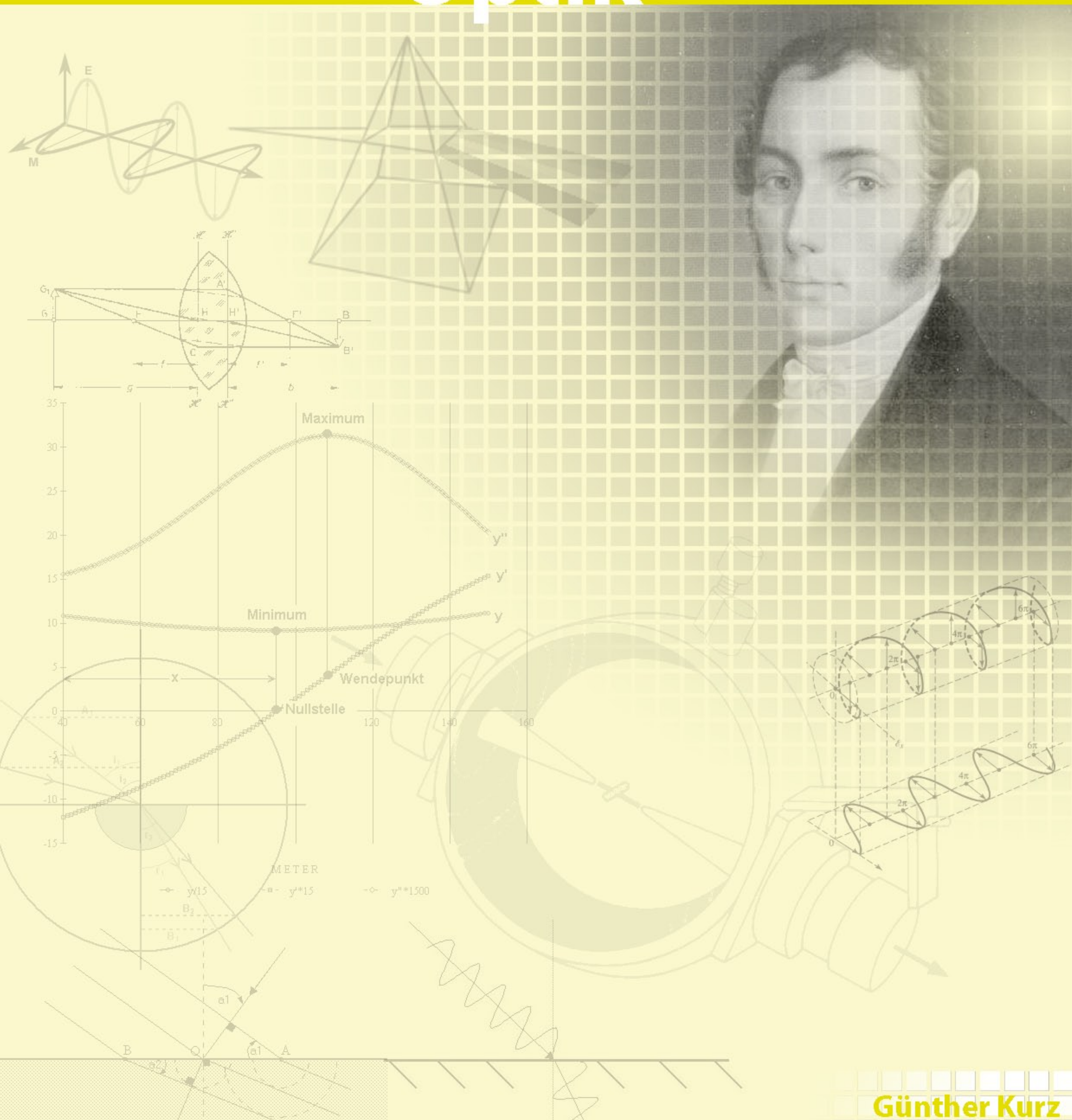
Optik

Aufgaben

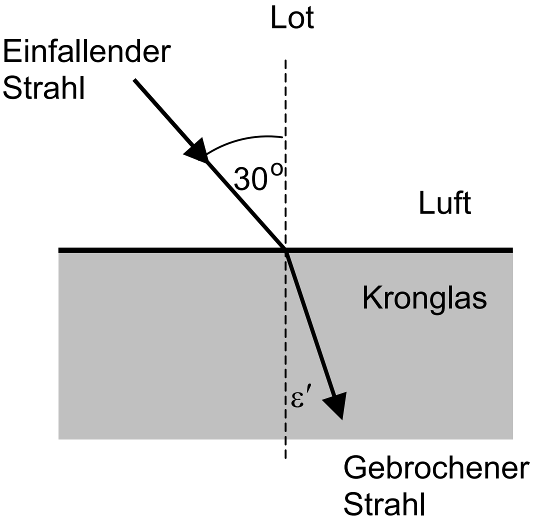


Günther Kurz

Anregungen und Kommentare willkommen
gunther.kurz@fht-esslingen.de

Aufgabe 1:

Bestimmung des Brechungswinkels für Glas.



Eine Natriumdampflampe emittiert Licht der Wellenlänge $\lambda = 589\ \text{nm}$. Der Lichtstrahl trifft in Luft unter einem Winkel von Winkel $\varepsilon = 30^\circ$ gegen die Normalenrichtung auf die ebene und glatte Oberfläche des Mediums Kronglas [n aus Tabellenwerk]

Bestimmen Sie den Brechungswinkel des Natrium-Lichts in Kronglas [$\varepsilon' = 19{,}20^\circ$].

Aufgabe 2:

Messung des Brechungsindex einer Substanz.

Licht der Wellenlänge $\lambda = 550\ \text{nm}$ fällt unter einem Winkel $\varepsilon = 40^\circ$ gegen die Normalenrichtung in Luft auf die Oberfläche eines transparenten Mediums. Man misst einen Brechungswinkel $\varepsilon' = 26^\circ$ gegen die Normale.

(a) Bestimmen Sie den Brechungsindex des Mediums; welche Substanz könnte vorliegen? [$n_{\text{Medium}} = 1{,}47$, könnte Kronglas sein].

(b) Welche Wellenlänge hat das Licht im Medium? [$\lambda_{\text{Medium}} = 374\ \text{nm}$].

Aufgabe 3:

Das Licht einer Quecksilber-Entladung in Luft fällt unter einem Winkel $\varepsilon = 30{,}00^\circ$ gegen die Normalenrichtung auf einen Quarzblock. Das Licht enthält die beiden Spektrallinien $\lambda_1 = 405\ \text{nm}$ und $\lambda_2 = 509\ \text{nm}$. Die Brechungsindices von Quarz bei diesen Wellenlängen sind $n_1 = 1{,}470$ und $n_2 = 1{,}463$.

Bestimmen Sie den Winkel zwischen den beiden gebrochenen Strahlen in Quarz.
[$\varepsilon_1' = 19{,}89^\circ$, $\varepsilon_2' = 19{,}98^\circ$, Differenz $\Delta\varepsilon' = 0{,}09^\circ$].

Aufgabe 4:

Ein einfallender Lichtstrahl soll unter einem solchen Winkel gegen die Normale auf ein gleichschenkliges Prisma (Öffnungswinkel ϕ) fallen, dass der Einfallswinkel Luft-Prisma ($\frac{\psi}{2}$ bzgl. der optischen Achse) gleich dem Ausfallswinkel Prisma-Luft ($\frac{\psi}{2}$ bzgl. der optischen Achse) ist – symmetrischer Strahlengang durch das Prisma. Leiten Sie für diese Bedingung einen Ausdruck für den Brechungsindex n_{Prisma} des Primas ab. Man nennt diesen Einfallswinkel auch den *Winkel geringster Ablenkung*, weil unter der genannten Bedingung der Ablenkwinkel minimal ist bezüglich einer Drehung des Prismas.

Ziehen Sie ein Lehrbuch der Physik zu Hilfe. [$n_{\text{Prisma}} = \frac{\sin\frac{\psi+\phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}}$].

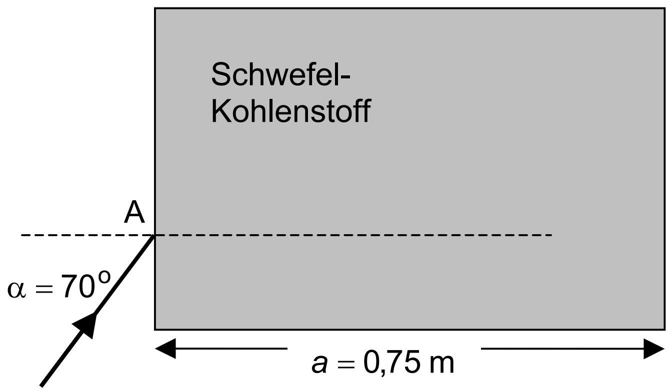
Aufgabe 5:

Licht einer Quecksilberdampflampe enthält

- blaues Licht der Frequenz $f_1 = 6{,}88 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$ und
- gelbes Licht der Frequenz $f_2 = 5{,}19 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$.

(a) Die Brechungsindices von Schwefelkohlenstoff für die beiden Frequenzen sind $n_1 = 1{,}68$ und $n_2 = 1{,}63$.
Wie groß sind die zugehörigen Wellenlängen in Luft und in Schwefelkohlenstoff?
[$\lambda_1^{\text{Vakuum}} = 436\ \text{nm}$, $\lambda_2^{\text{Vakuum}} = 578\ \text{nm}$, $\lambda_1^{\text{Medium}} = 260\ \text{nm}$, $\lambda_2^{\text{Medium}} = 355\ \text{nm}$].

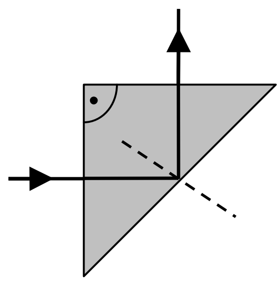
(b) Ein dünnwandiger Glastrog ist mit Schwefelkohlenstoff gefüllt. Die Grundfläche des Trogs ist ein Quadrat der Seitenlänge $a = 0{,}75\ \text{m}$ (siehe Skizze). Im Punkt A fällt ein schmales Bündel des Quecksilberlichts parallel zur Grundfläche unter dem Einfallswinkel $\alpha = 70{,}0^\circ$ auf die eine Seite des Trogs. Auf der gegenüberliegenden Seite beobachtet man das Spektrum der Quecksilberlinien.



Welchen Abstand *d* hat dort der Auftreffpunkt des Lichts mit der Frequenz f_2 von dem mit der Frequenz f_1?
[$\beta_1 = 34^\circ$; $\beta_2 = 35{,}2^\circ$, Tangensfunktion benutzen, $d_1 = 0{,}506\ \text{m}$, $d_2 = 0{,}529\ \text{m}$, $d = d_2 - d_1 = 2{,}3\ \text{cm}$].

Aufgabe 6:

Auf ein gleichseitiges 90°-Glas-Prisma fällt Licht senkrecht auf eine Oberfläche (Kathetenseite) des Prismas. Der Lichtstrahl erleidet an der Hypotenusenfläche des Prismas Totalreflexion. Welche Aussage über den Brechungsindex n_{Prisma} des Glas-Prismas ist möglich? [$n_{\text{Prisma}} \geq 1{,}41$].



Aufgabe 7:

Gelbes Licht hat in Luft eine Wellenlänge $\lambda = 600\ \text{nm}$. Ein Strahl dieses Lichts trifft unter einem Einfallswinkel $\alpha = 64^\circ\ 9'$ auf eine planparallele Glasplatte der Dicke $d = 3{,}0\ \text{cm}$. Der Brechungswinkel im Glas ist $\beta = 36^\circ\ 52'$.

(a) Skizzieren Sie den Verlauf eines Lichtstrahls, der die Glasplatte durchsetzt. Bezeichnen Sie sämtliche auftretenden Winkel eindeutig.

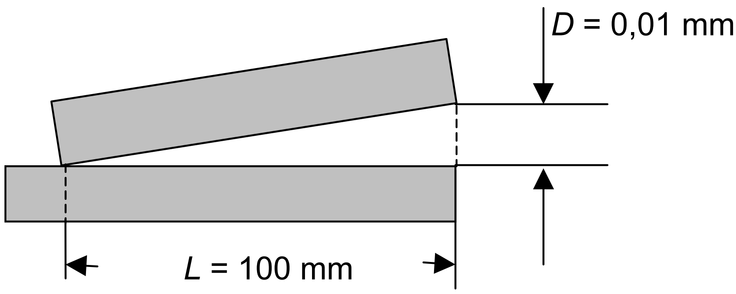
(b) Bestimmen Sie die Frequenz und die Wellenlänge des gelben Lichtes in Glas.
[$f = 5{,}0 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$, $\lambda_{\text{Glas}} = 400\ \text{nm}$].

(c) Bestimmen Sie die Ablenkung s, um die ein Lichtstrahl nach Durchgang durch die Glasplatte gegen seine geradlinige Ausbreitung verschoben ist. [$s = 1{,}72\ \text{cm}$].

(d) Zusatzfrage:
In einer zweiten Versuchsanordnung soll der Lichtstrahl nach dem Durchgang durch die Glasplatte in das Medium Wasser übertreten.
(Brechungsindex Luft-Wasser $n_W = 1{,}3$).
Skizzieren Sie in einem zweiten Diagramm den Verlauf eines Lichtstrahls und berechnen Sie den Brechungswinkel γ beim Übergang von Glas nach Wasser.
[$\gamma = 43^\circ\ 49'$].

Aufgabe 8:

Die skizzierte Anordnung (nicht maßstäblich) besteht aus zwei völlig planen Glasplatten, die einen Luftkeil von $L = 100\ \text{mm}$ Länge und $D = 0{,}01\ \text{mm}$ Rückenbreite einschließen. Die Anordnung wird von oben mit monochromatischem Licht beleuchtet. Von oben betrachtet sieht man abwechselnd helle und dunkle Streifen parallel zur Scheide des Keils.



(a) Wie kommen diese Streifen zustande?
(Kurze Beschreibung mit Begründung)

(b) Zwei benachbarte dunkle Streifen haben einen Abstand $d_1 = 2{,}95\ \text{mm}$.
Welche Wellenlänge λ hat das verwendete Licht? [$\lambda_{\text{Luft}} = 590\ \text{nm}$].

(c) Füllt man einen Teil des Luftkeils mit Wasser aus, so rücken benachbarte dunkle Streifen auf einen Abstand $d_2 = 2{,}22\ \text{mm}$ zusammen. Bestimmen Sie daraus die Lichtgeschwindigkeit c_{H_2O} und die Brechzahl n_{H_2O} für Wasser.
[$c_{H_2O} = 2{,}26 \cdot 10^8\ \text{m s}^{-1}$, $n_{H_2O} = 1{,}33$].

Aufgabe 9:

(a) Monochromatisches gelbes Licht hat in Luft die Wellenlänge $\lambda_{\text{Luft}} = 600\text{ nm}$. Berechnen Sie Ausbreitungsgeschwindigkeit und Wellenlänge dieses Lichts in einem transparenten Medium mit dem Brechungsindex $n_1 = 1{,}5$.

[$c_{\text{Schicht}} = 2 \cdot 10^8\text{ m s}^{-1}$, $\lambda_{\text{Schicht}} = \lambda = 400\text{ nm}$].

(b) Auf eine Glasplatte mit dem Brechungsindex $n_2 = 1{,}6$ ist eine lichtdurchlässige Schicht der Dicke $d = 200\text{ nm}$ und der Brechzahl $n_1 = 1{,}5$ aufgebracht. Auf diese Schicht fällt senkrecht von der Luftseite her Licht der Wellenlänge $\lambda_{\text{Luft}} = 600\text{ nm}$ ein.

(b1) Welcher Gangunterschied besteht zwischen den beiden Strahlen, die an der Vorderseite bzw. an der Rückseite der Schicht reflektiert werden? [$\Delta = \lambda$].

(b2) Welcher Gangunterschied besteht zwischen einem direkt durchgehenden und einem nach zweimaliger Reflexion durchgehenden Strahl? [$\Delta = \frac{3}{2}\lambda$].

(c) Lösen Sie die Teilaufgaben (b1) und (b2) für den Fall, dass die Glasplatte durch eine andere mit einem Brechungsindex $n_3 = 1{,}4$ ersetzt wird.

[$\Delta_{(\text{b1})} = \frac{1}{2}\lambda$, $\Delta_{(\text{b2})} = \lambda$].

Lösung zu Aufgabe 1

Das SNELLIUSsche Brechungsgesetz lautet:

$$n_{\text{Luft}} \cdot \sin\varepsilon = n_{\text{Medium}} \cdot \sin\varepsilon'$$

$$n_{\text{Luft}} \approx n_{\text{Vakuum}} = 1$$

$$n_{20\,^\circ\text{C}}^{589\text{ nm}} = 1{,}52$$ (Tabellenwert – oder aus der Dispersionskurve)

Damit bestimmt sich der Brechungswinkel zu

$$\sin\varepsilon' = \frac{\sin\varepsilon}{n_{\text{Medium}}} = \frac{\sin 30^\circ}{1{,}52} = \frac{0{,}500}{1{,}52} = 0{,}329$$

$$\varepsilon' = \arcsin 0{,}329$$

$$\varepsilon' = 19{,}2^\circ$$

Lösung zu Aufgabe 2

(a) Das SNELLIUSsche Brechungsgesetz lautet:

$$n_{\text{Luft}} \cdot \sin\varepsilon = n_{\text{Medium}} \cdot \sin\varepsilon'$$

$$n_{\text{Luft}} \approx n_{\text{Vakuum}} = 1$$

Damit bestimmt sich

$$n_{\text{Medium}} = \frac{\sin\varepsilon}{\sin\varepsilon'} = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 26^\circ} = \frac{0{,}641}{0{,}438} = 1{,}47$$

Dieser Wert könnte zu Quarzglas gehören.
Der Brechungsindex bestimmt die Wellenlänge des Lichts im Vergleich zur Vakuumwellenlänge

$$\lambda_{\text{Medium}} = \frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{n_{\text{Medium}}} = \frac{550\text{ nm}}{1{,}47} = 374\text{ nm}$$

Lösung zu Aufgabe 3

Das SNELLIUSsche Brechungsgesetz lautet:

$$n_{\text{Luft}} \cdot \sin\varepsilon = n_{\text{Medium}} \cdot \sin\varepsilon'$$

Des Brechungsindex von Luft ist in sehr guter Näherung gleich dem des Vakuums, also $n_{\text{Luft}} \approx n_{\text{Vakuum}} = 1$

$$\sin\varepsilon' = \frac{\sin\varepsilon}{n_{\text{Quarz}}(\lambda)}$$

Ablenkwinkel für Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 405\text{ nm}$

$$\sin\varepsilon_1' = \frac{\sin 30^\circ}{n_1} = \frac{0{,}500}{1{,}470} = 0{,}340$$

$$\varepsilon_1' = 19{,}89^\circ$$

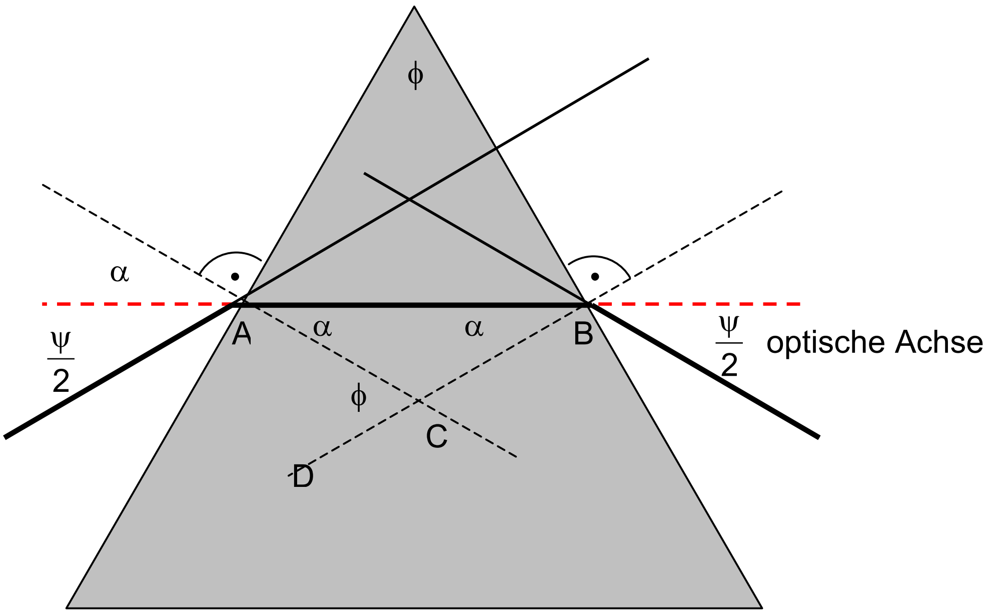
Ablenkwinkel für Licht der Wellenlänge $\lambda_2 = 509\text{ nm}$

$$\sin\varepsilon_2' = \frac{\sin 30^\circ}{n_2} = \frac{0{,}500}{1{,}463} = 0{,}340$$

$$\varepsilon_2' = 19{,}98^\circ$$

Damit wird die Differenz $(\varepsilon_2' - \varepsilon_1')$ zwischen den beiden Ablenkwinkeln $\Delta\varepsilon' = 0{,}09^\circ$.
Kurzwelliges Licht wird stärker gebrochen als Langwelliges. Der Brechungsindex nimmt mit abnehmender Wellenlänge zu.

Lösung zu Aufgabe 4



Der Winkel $\angle ACD$ ist gleich ϕ, weil die beiden den Winkel einschließenden Geraden paarweise senkrecht aufeinander stehen und den Öffnungswinkel des Prismas ϕ einschließen. Somit gilt für den Winkel in C des Dreiecks ΔABC mit der Winkelsumme im Dreieck

$$2\alpha + (180^{\circ} - \phi) = 180^{\circ}$$

Hieraus folgt direkt

$$\alpha = \frac{\phi}{2}$$

Es ist

$\dfrac{\psi}{2} + \alpha = \dfrac{\psi + \phi}{2}$ der Einfallswinkel gegen die Normale

$\alpha = \dfrac{\phi}{2}$ der Winkel des gebrochenen Strahls gegen die Normale

Das SNELLIUSsche Brechungsgesetz liefert

$$n_{\text{Luft}} \sin\frac{\psi + \phi}{2} = n_{\text{Prisma}} \cdot \sin\frac{\phi}{2}$$

(Brechungsindex von Glas gegen Luft $n_{\text{Luft}} \approx n_{\text{Vakuum}} = 1$).

Also

$$\sin\frac{\psi + \phi}{2} = n_{\text{Prisma}} \cdot \sin\frac{\phi}{2}$$

damit ergibt sich für den Brechungsindex n die Beziehung

$$n_{\text{Prisma}} = \frac{\sin\frac{\psi + \phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}}$$

Diese einfache Beziehung gilt nur, wenn das Licht symmetrisch durch das Prisma fällt.

Lösung zu Aufgabe 5

(a) Wellenlänge λ und Frequenz f sind über die Ausbreitungsgeschwindigkeit c miteinander verkoppelt

$$c = \lambda \cdot f$$

Damit erhält man für die Vakuumwellenlängen der beiden Spektrallinien

$$\lambda_1^{\text{Vakuum}} = \frac{c}{f_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{6{,}88 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 436 \text{ nm}$$

$$\lambda_2^{\text{Vakuum}} = \frac{c}{f_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{5{,}19 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 578 \text{ nm}$$

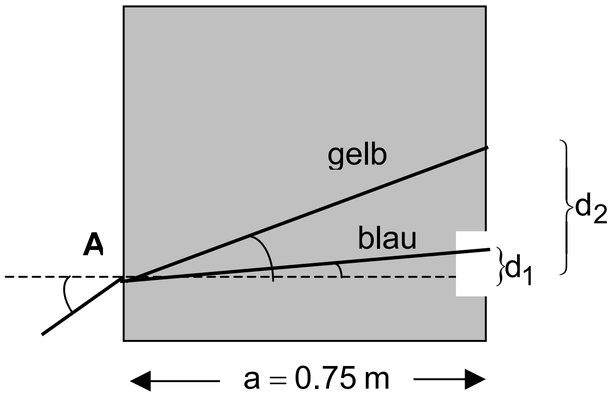
Der Brechungsindex n_{Medium} bestimmt die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{Medium} und die Wellenlängen $\lambda_{1,2}^{\text{Medium}}$ in einem transparenten Medium

$$\frac{c}{c_{\text{Medium}}} = n_{\text{Medium}} \qquad \lambda_{\text{Medium}} = \frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{n_{\text{Medium}}}$$

Also

$$\lambda_1^{\text{Medium}} = \frac{436 \text{ nm}}{1{,}68} = 260 \text{ nm} \qquad \lambda_2^{\text{Medium}} = \frac{578 \text{ nm}}{1{,}68} = 355 \text{ nm}$$

(b)



Der Brechungswinkel β bestimmt sich aus Einfallswinkel α und Brechungsindex n_{Medium} aus dem SNELLIUSschen Brechungsgesetz; dabei setzt man

$$n_{\text{Luft}} \approx n_{\text{Vakuum}} = 1$$

Es gilt für beide Wellenlängen

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{\text{Medium}}$$

damit

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n_{\text{Medium}}}$$

Damit erhält man für die beiden Ablenkwinkel

$$\sin\beta_1 = \frac{\sin 70^\circ}{1{,}68} = 0{,}559 \qquad \text{und} \qquad \beta_2 = \frac{\sin 70^\circ}{1{,}63} = 0{,}505$$

$$\beta_1 = 34^\circ \qquad \beta_2 = 35{,}2^\circ$$

Die Geometrie verknüpft die Ablenkungen $d_{1,2}$ des Lichts nach Durchlaufen des Trogs der Kantenlänge a

$$\tan\beta_{1,2} = \frac{d_{1,2}}{a}$$

Die beiden Ablenkungen ergeben sich damit zu

$$d_1 = a \cdot \tan\beta_1 = 0{,}75\ \text{m} \cdot 0{,}675 = 0{,}506\ \text{m}$$

und

$$d_2 = a \cdot \tan\beta_2 = 0{,}75\ \text{m} \cdot 0{,}705 = 0{,}529\ \text{m}$$

der Abstand der beiden Auftreffpunkte wird damit

$$\begin{aligned} d &= d_2 - d_1 \\ &= (0{,}529 - 0{,}506)\ \text{m} \\ &= 0{,}023\ \text{m} = 2{,}3\ \text{cm} \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 6

Der Winkel φ_1 muss mindestens (also gleich oder größer) dem kritischen Winkel der Totalreflexion φ_{krit} sein

Also gilt

$$\sin\varphi_{\text{krit}} = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Prisma}}} \approx \frac{1}{n_{\text{Prisma}}}$$

Vorausgesetzt, der gegebene Brechungsindex gehöre für die skizzierte Geometrie zum Grenzwinkel der Totalreflexion, hier also $\varphi_{\text{krit}} = 45^{\circ}$. Dann erhält man

$$n_{\text{Prisma}} = \frac{1}{\sin\varphi_{\text{krit}}} = \frac{1}{\sin 45^{\circ}} = \sqrt{2} = 1{,}41$$

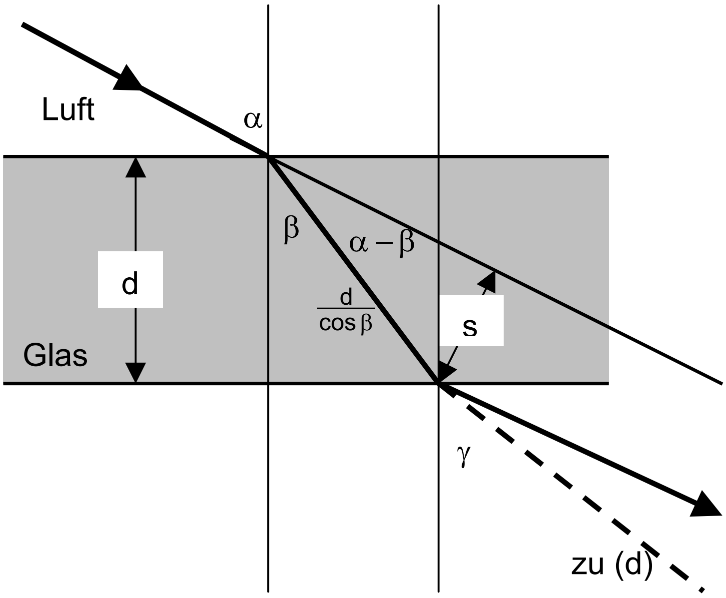
Für Totalreflexion muss der Brechungsindex also

$$n_{\text{Prisma}} \geq 1{,}41$$

sein.

Lösung zu Aufgabe 7

(a) Alle Winkelangaben gegen das Lot auf Grenzflächen



(b) Für den Brechungsindex gilt das SNELLIUSsche Brechungsgesetz. Für den Übergang zwischen Vakuum/Luft und Glas gilt

$$n_{\text{Vakuum}} \sin\alpha = n_{\text{Glas}} \sin\beta \qquad \text{mit } n_{\text{Luft}} \approx n_{\text{Vakuum}} = 1$$

$$n_{\text{Glas}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin(64^\circ\ 9')}{\sin(36^\circ\ 52')} = \frac{0{,}900}{0{,}600} = 1{,}50$$

Lichtgeschwindigkeit, Frequenz und Wellenlänge sind verknüpft über

$$c_0 = f \cdot \lambda_0$$

Damit wird die Frequenz des gelben Lichts in Vakuum/Luft

$$f = \frac{c_0}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{600 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 0{,}50 \cdot 10^{15}\,\text{s}^{-1} = 5{,}0 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1} = 5{,}0 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

Da sich die Frequenz f des Lichts sich beim Übergang zwischen zwei Medien nicht ändert, gilt für die Lichtgeschwindigkeiten in Luft (näherungsweise Vakuum) und Wasser

$$c_{\text{Luft}} = \lambda_{\text{Luft}} \cdot f \ \text{ und } \qquad c_{\text{Glas}} = \lambda_{\text{Glas}} \cdot f$$

Division liefert

$$\frac{\lambda_{\text{Luft}}}{c_{\text{Luft}}} = \frac{\lambda_{\text{Glas}}}{c_{\text{Glas}}} \qquad \lambda_{\text{Glas}} = \frac{c_{\text{Glas}}}{c_{\text{Luft}}} \cdot \lambda_{\text{Luft}} = \frac{\lambda_{\text{Luft}}}{n_{\text{Glas}}} \qquad \text{mit} \qquad \frac{c_{\text{Luft}}}{c_{\text{Glas}}} = n_{\text{Glas}}$$

Für die Wellenlänge in Glas erhält man

$$\lambda_{\text{Glas}} = \frac{\lambda_0}{n_{\text{Glas}}} = \frac{600\ \text{nm}}{1{,}50} = 400\ \text{nm}$$

Nach der Skizze ergeben sich für den Laufweg im Glas – Winkelbeziehung

$$\cos\beta = \frac{d}{\text{Laufweg}} \quad \text{oder} \quad \text{Laufweg} = \frac{d}{\cos\beta}$$

für den Ablenkwinkel $(\alpha - \beta)$ im Glas - Winkelbeziehung

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{s}{(\text{Laufweg})}$$

Zusammengenommen

$$s = \frac{d}{\cos\beta} \cdot \sin(\alpha - \beta) = \frac{3{,}0\ \text{cm}}{0{,}8} \cdot 0{,}4584 = 1{,}72\ \text{cm}$$

(d) Zusatzfrage:

$$\frac{c_{\text{Wasser}}}{c_{\text{Glas}}} = \frac{n_{\text{Glas}}}{n_{\text{W}}} = \frac{1{,}5}{1{,}3} = n_{\text{GW}}$$

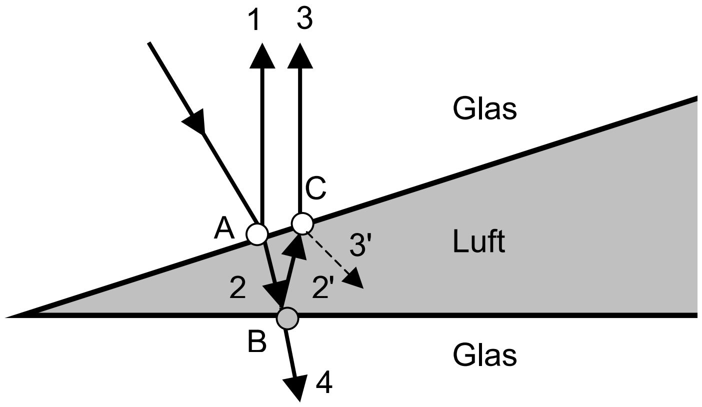
$$\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = n_{\text{GW}} = \frac{15}{13}$$

$$\sin\gamma = \frac{15}{13} \cdot 0{,}6 = 0{,}692$$

$$\gamma = 43^{\circ}\ 49'$$

Lösung zu Aufgabe 8

Skizze zu Aufgabenteil (a)



Das von oben durch die Glasplatte kommende Licht wird bei A

- teils reflektiert - Strahl 1
  ohne Phasensprung - Grenze optisch dichteres / optisch dünneres Medium
- teils durchgelassen - Strahl 2.
  Bei B wird Strahl 2
- teils reflektiert - Strahl 2‘
  mit Phasensprung - Grenze optisch dünneres / optisch dichteres Medium
- teils durchgelassen - Strahl 4
  Bei C wird Strahl 2‘
- teils reflektiert - Strahl 3‘ (interessiert für die Aufgabenstellung nicht)
  mit Phasensprung - Grenze optisch dünneres / optisch dichteres Medium
- teils durchgelassen - Strahl 3

Die kohärenten Strahlen 1 und 3 interferieren.
Der Weg $A \rightarrow B \rightarrow C$ des Lichts im Luftkeil ist ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge (geradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge)

$$\Delta_{\text{Glas}} = n \cdot \lambda = 2n \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Wegen des Phasensprungs um $\frac{\lambda}{2}$ von Strahl 2‘ (Grenze optisch dünneres / optisch dichteres Medium) ist die gesamte Phasendifferenz zwischen den Strahlen also

$$\Delta_{\text{gesamt}} = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

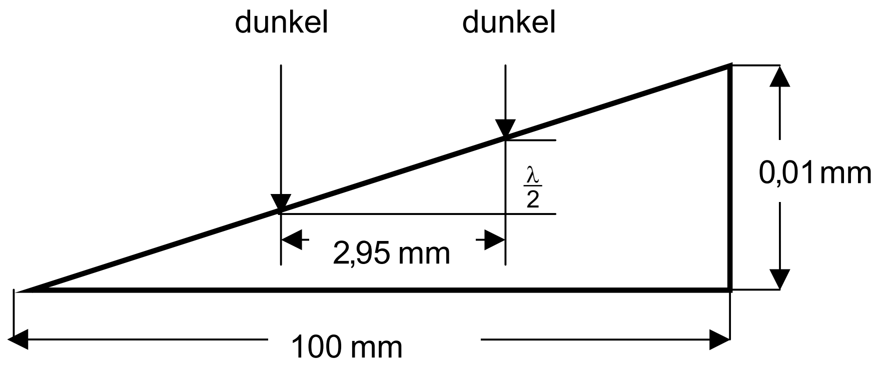
Zusammengenommen unterscheiden sich die beiden Strahlen um eine halbe Wellenlänge; d. h. ein Wellental von Strahl 3 trifft auf einen Wellenberg von Stahl 1, es tritt destruktive Interferenz auf.

(b) Die Geometrie liefert (Strahlensatz)

$$\frac{(\lambda/2)}{d_1}=\frac{D}{L}$$

Damit wird

$$\lambda_{\text{Luft}}=\frac{2\cdot D}{L}\cdot d_1=\frac{2\cdot 10^{-2}\ \text{mm}}{100\ \text{mm}}\cdot 2{,}95\ \text{mm}=5{,}90\cdot 10^{-4}\ \text{mm}=590\cdot 10^{-6}\ \text{mm}=590\ \text{nm}$$



(c) Analog zu Teilaufgabe (b) erhält man

$$\lambda_{H_2O}=\frac{2\cdot D}{L}\cdot d_2=\frac{2\cdot 10^{-2}\ \text{mm}}{100\ \text{mm}}\cdot 2{,}22\ \text{mm}=4{,}44\cdot 10^{-4}\ \text{mm}=444\cdot 10^{-6}\ \text{mm}=444\ \text{nm}$$

Da die Frequenz f des Lichts sich beim Übergang zwischen zwei Medien nicht ändert, gilt für die Lichtgeschwindigkeiten in Luft (näherungsweise Vakuum) und Wasser

$$c_{\text{Luft}}=\lambda_{\text{Luft}}\cdot f \quad \text{und} \qquad c_{H_2O}=\lambda_{H_2O}\cdot f$$

oder

$$\frac{c_{H_2O}}{\lambda_{H_2O}}=\frac{c_{\text{Luft}}}{\lambda_{\text{Luft}}}$$

$$c_{H_2O}=\frac{\lambda_{H_2O}}{\lambda_{\text{Luft}}}\cdot c_{\text{Luft}}=\frac{444\ \text{nm}}{590\ \text{nm}}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}=2{,}26\cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Der Brechungsindex n_{H_2O} ist definiert als das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten im Vakuum (näherungsweise Luft) und in einem Medium; damit erhält man für Wasser

$$n_{H_2O}=\frac{c_{\text{Luft}}}{c_{H_2O}}=\frac{3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{2{,}26\cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}=1{,}33$$

Lösung zu Aufgabe 9

(a) Der Brechungsindex lässt sich darstellen als

$$n_1 = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Schicht}}}$$

daraus ergibt sich die Lichtgeschwindigkeit im Medium zu

$$c_{\text{Schicht}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{1{,}5} = 2 \cdot 10^8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Da sich die Frequenz f des Lichts sich beim Übergang zwischen zwei Medien nicht ändert, gilt für die Lichtgeschwindigkeiten in Luft (näherungsweise Vakuum) und der Schicht

$$c_{\text{Luft}} = \lambda_{\text{Luft}} \cdot f \quad \text{und} \qquad c_{\text{Schicht}} = \lambda_{\text{Schicht}} \cdot f$$

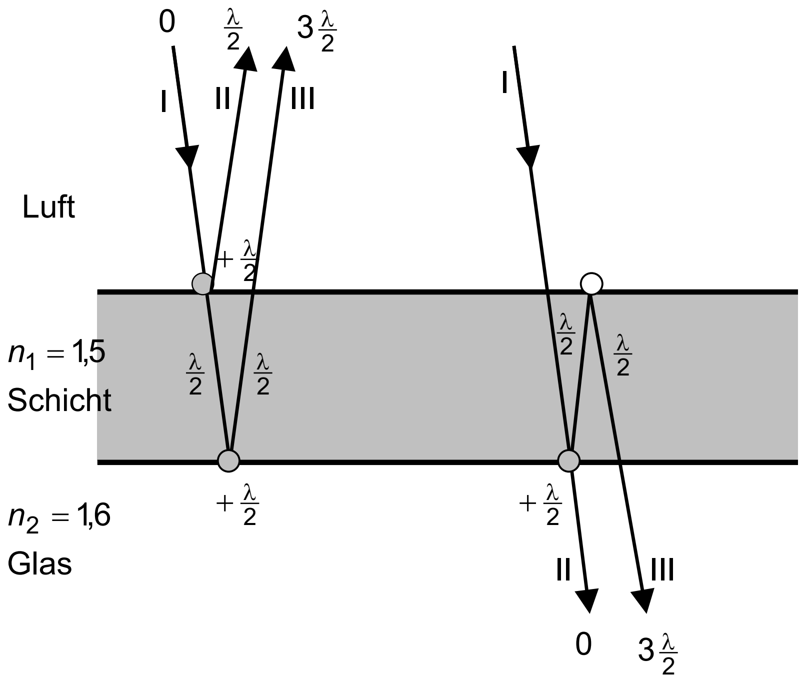
oder

$$\frac{c_{\text{Schicht}}}{\lambda_{\text{Schicht}}} = \frac{c_{\text{Luft}}}{\lambda_{\text{Luft}}} \quad \text{also} \quad \frac{\lambda_{\text{Schicht}}}{\lambda_{\text{Luft}}} = \frac{c_{\text{Schicht}}}{c_{\text{Luft}}} = \frac{1}{n_1}$$

damit

$$\lambda_{\text{Schicht}} = \frac{\lambda_{\text{Luft}}}{n_1} = \frac{600\ \text{nm}}{1{,}5} = 400\ \text{nm}$$

Skizze zu Aufgabenteil (b)



(b1) Die Wellenlänge in der Schicht ist $\lambda_{\text{Schicht}} = 400$ nm; die Schichtdicke

$d = 200$ nm entspricht also gerade einer halben Wellenlänge $d = \dfrac{\lambda}{2}$

- Der Strahl I wird am dichteren Medium ($n_{\text{Luft}} < n_{\text{Schicht}}$) reflektiert,

  damit erfährt Strahl II einen Phasensprung von $\dfrac{\lambda}{2}$.
- Der Strahl I wird am dichteren Medium ($n_{\text{Schicht}} < n_{\text{Glas}}$) reflektiert,

  damit erfährt Strahl III einen Phasensprung von $\dfrac{\lambda}{2}$.

Die Strahlen II und III haben also gegeneinander die Phasendifferenz einer ganzen Wellenlänge

$$\Delta = \lambda$$

Dies ist die Bedingung für konstruktive Interferenz – die beiden Strahlen verstärken sich.

(b2)

- Der Strahl II geht ohne Phasensprung durch Schicht und Glas.
- Der Strahl III wird zunächst am optisch dichteren Medium ($n_{\text{Schicht}} < n_{\text{Glas}}$) reflektiert;

  damit erfährt Strahl III einen Phasensprung von $\dfrac{\lambda}{2}$.
- Der Strahl III wird anschließend am optisch dünneren Medium ($n_{\text{Luft}} < n_{\text{Glas}}$) reflektiert;

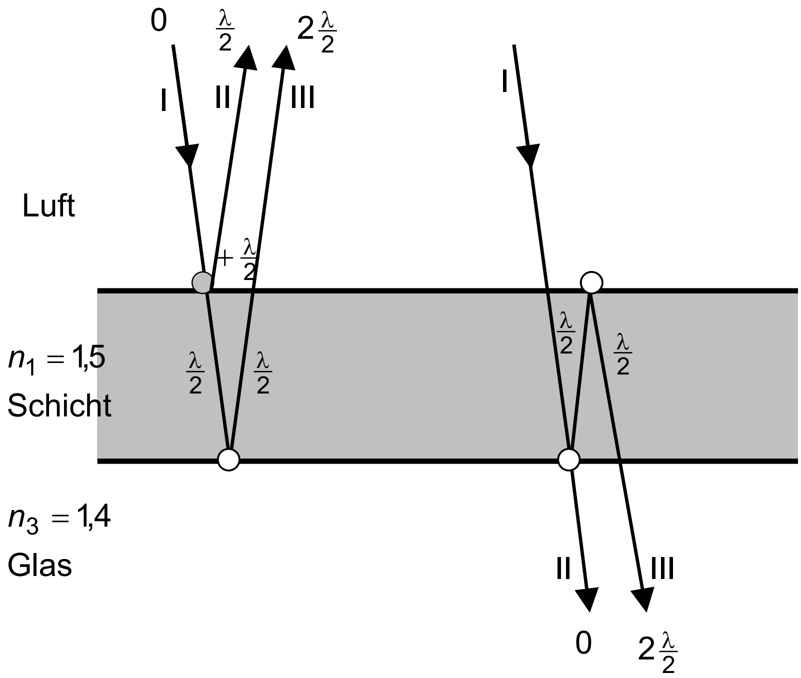
  dies ohne einen Phasensprung.

  Der Gangunterschied von Strahl III gegen Strahl II ist also

$$\Delta = d + \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2}\lambda$$

Dies ist die Bedingung für destruktive Interferenz – die beiden Strahlen löschen sich aus.

Skizze zu Aufgabenteil (c)



Wenn das benutzte Glas den Brechungsindex $n_3 = 1{,}4$ hat, so gilt:

Im Fall (b1)

- Der Strahl III wird keinen Phasensprung mehr erleiden (Reflexion am optisch dünneren Medium),
- der Phasensprung für Strahl II bleibt.

Damit haben die reflektierten Strahlen haben einen Gangunterschied

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}$$

und löschen sich aus.

Im Fall (b2)

- Der Strahl III erleidet keinen Phasensprung an der Grenze Schicht/Glas (Reflexion am optisch dünneren Medium),
- kein Phasensprung an der Grenze Schicht/Luft (Reflexion am optisch dünneren Medium).

Damit ist der zusätzliche Weg von Strahl III gegen Strahl II gleich $2 \cdot \frac{\lambda}{2}$, also einer ganzen Wellenlänge. Die durchgehenden Strahlen haben den Gangunterschied von

$$\Delta = \lambda$$

Damit liegt konstruktive Interferenz vor – die Strahlen verstärken sich.

Übungsaufgaben zur Beugung am Einzelspalt

Aufgabe 1

Beschreiben Sie qualitativ, was mit den Dunkelstreifen auf einem Schirm passiert, wenn man den erzeugenden Spalt der Breite a (Spaltebene parallel zum Schirm), der auf dem Schirm eine Beugungsfigur erzeugt, mit einer lichtundurchlässigen Blende symmetrisch von den Rändern her verkleinert?

Aufgabe 2

Ein Spalt hat die Breite $a = 0{,}3\ \text{mm}$. Auf den Spalt fällt senkrecht monochromatisches Licht (Licht nur einer Wellenlänge). Auf einem $L = 3\ \text{m}$ entfernten Schirm – parallel zur Spaltebene. Man beobachtet auf dem Schirm Beugungserscheinungen:

In der Mitte einen hellen Streifen und links und rechts davon jeweils dunkle Streifen, die voneinander den Abstand $d = 10\ \text{mm}$ haben.

Welche Wellenlänge λ hat die Lichtquelle?

Aufgabe 3

Auf einen Spalt der Breite a fällt senkrecht paralleles Licht der Wellenlänge $\lambda = 750\ \text{nm}$. Man beobachtet auf einem $L = 4\ \text{m}$ entfernten Schirm eine Beugungsfigur.

(a) Welche Breite muss der Spalt haben, damit die beiden Dunkelstreifen 1. Ordnung links und rechts von der hellen Mitte den Abstand $d = 12\ \text{mm}$ voneinander haben.

(b) Bestimmen Sie die Anzahl der Dunkelstreifen, die auf dem Schirm insgesamt zu sehen sind?

Betrachten Sie jetzt nur die <u>eine Seite der Beugungsfigur</u>, rechts von der hellen Mitte.

(c) Die Dunkelstreifen aufeinanderfolgender Ordnungen (m und $m+1$) haben jeweils denselben Abstand. Begründung. Bestimmen Sie diesen Abstand.

Aufgabe 4

Die Breite der hellen Mitte bei einer Beugungsfigur eines Einzelspalts der Breite a wird durch die beiden symmetrisch liegenden Minima 1. Ordnung begrenzt. Welche Spaltbreite a muss gewählt werden, damit monochromatisches Licht der Wellenlänge $\lambda = 450\ \text{nm}$ auf einem $L = 3\ \text{m}$ entfernten Schirm eine helle Mitte erzeugt, die genauso breit ist wie der Spalt?

Aufgabe 5

Auf einen Spalt der Spaltbreite $a = 7\ \text{cm}$ werden senkrecht Mikrowellen der Frequenz f abgestrahlt. Parallel zur Spaltebene befindet sich im Abstand $L = 1{,}00\ \text{m}$ eine symmetrisch zum Spalt liegende Schiene der Länge $d = 4{,}00\ \text{m}$, auf der ein Mikrowellen-Empfänger bewegt wird, um Maxima und Minima zu registrieren.

Die Frequenz der Mikrowellen sei variabel. Für welche Frequenz f_{max} würde man bei dieser Anordnung entlang der gesamten Schiene kein Minimum mehr registrieren?

Übungsaufgaben zur Beugung am Doppelspalt

Aufgabe 6

Auf einen Doppelspalt fällt senkrecht monochromatisches Laserlicht der Wellenlänge $\lambda_1 = 633\ \text{nm}$. Die Entfernung der beiden Spaltmitten beträgt $g = 0{,}5\ \text{mm}$. Parallel zur Doppelspaltebene steht in der Entfernung $L = 1{,}00\ \text{m}$ ein Schirm. Die Mittelsenkrechte zu den beiden Spaltmitten trifft den Schirm in P. Auf dem Schirm beobachtet man helle und dunkle Streifen.

(a) Bestimmen Sie die Anzahl der Helligkeitsminima, die man längs der Strecke $d = \overline{\text{PQ}} = 3{,}0\ \text{cm}$ beobachtet?

(b) Berechnen Sie den Abstand eines Helligkeitsminimums 3. Ordnung vom benachbarten Helligkeitsminimum 4. Ordnung.

(c) Zwei Wellenlängen λ_1 und $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ ($\lambda_2 > \lambda_1$) werden durch den Doppelspalt in der m-ten Ordnung gerade noch getrennt, wenn das Maximum m-ter Ordnung von λ_2 mit dem Minimum $(m+1)$-ter Ordnung von λ_1 zusammenfällt.

Berechnen Sie den Quotienten $\dfrac{\lambda_1}{\Delta\lambda}$.

Aufgabe 7

Licht einer Natrium-Spektral-Lampe mit der Wellenlänge $\lambda = 589\ \text{nm}$ fällt senkrecht auf einen Doppelspalt, dessen Spaltmitten den Abstand g haben und deren Spaltbreiten jeweils $b = 0{,}05\ \text{mm}$ betragen. Die Beugungsfigur wird auf einem dazu parallelen Schirm aufgefangen, der sich im Abstand $L = 2{,}25\ \text{m}$ vom Doppelspalt befindet.

Vom Hauptmaximum ($y = 0\ \text{mm}$) aus gemessen, stellt man auf dem Schirm an den folgenden Stellen äquidistante helle Streifen fest:

$\pm 5\ \text{mm}, \pm 10\ \text{mm}, \pm 15\ \text{mm}, \pm 20\ \text{mm}$

(a) Berechnen Sie mit diesen Informationen den Abstand g der beiden Spaltmitten.

(b) Bestimmen Sie die Lage der Maxima 5., 6. und 7. Ordnung auf dem Schirm.

(c) Berechnen Sie die Lage der Minima bis zur 3. Ordnung, wenn entweder nur der erste oder nur der zweite der beiden Spalte geöffnet ist.

(d) Welches der oben berechneten Maxima des Doppelspalts kann daher nicht beobachtet werden?

Bringt man vor einen der Spalte ein planparalleles Glasplättchen der Dicke $d = 0{,}05\ \text{mm}$ und der Brechzahl $n_{\text{Glas}} = 1{,}47$, so verschiebt sich auf dem Schirm das Hauptmaximum aus der Mitte.

(e) Wo findet man das Hauptmaximum?

Übungsaufgaben zur Beugung am optischen Gitter

Aufgabe 8

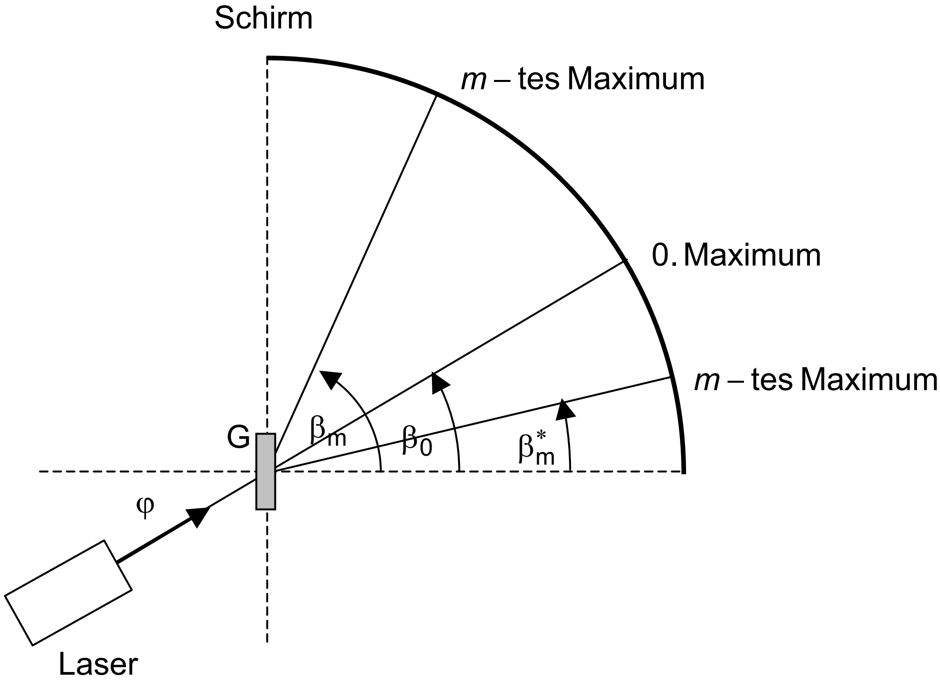
Weißes Licht des Wellenlängenbereichs $400\,\text{nm} \le \lambda \le 800\,\text{nm}$ fällt senkrecht durch ein optisches Gitter der Gitterkonstante g auf einen $L = 2\,\text{m}$ entfernten zum Gitter parallelen Schirm.

(a) Berechnen Sie die Breite d_1 des auf dem Schirm erscheinenden Spektrums 1. Ordnung und zeigen Sie, dass diese zur Gitterkonstante g annähernd umgekehrt proportional ist (also dass gilt: $d_1 \sim \frac{1}{g}$).

(b) Weisen Sie nach, dass die Breite d_m eines solchen Spektrums mit höherer Ordnung m zunimmt. Ist diese Breite d_m des Spektrums exakt proportional zur Ordnung m?

(c) Ab welcher Ordnung $m_{\text{Überlapp}}$ überlappen die Spektren aufeinanderfolgender Ordnungen zum ersten Mal?

Aufgabe 9



Monochromatisches Laserlicht der Wellenlänge $\lambda = 633\,\text{nm}$ fällt auf ein Gitter G mit der Gitterkonstanten $g = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\,\text{m}$. Hinter dem Gitter befindet sich ein Schirm (vgl. Skizze). Der Laser kann auf einem Kreisbogen um das Gitter bewegt werden. Fällt das Licht unter dem Winkel φ ein, so erscheint das Maximum 0. Ordnung unter dem Winkel $\beta_0 = \varphi$. Die beiden Maxima m-ter Ordnung erscheinen unter den Winkeln $\beta_m > \beta_0$ und $\beta_m^* < \beta_0$.

(a) Zeigen Sie, dass für die Winkel φ, β_m und β_m^* folgende Beziehungen gelten:

$$\sin\beta_m = \sin\varphi + \frac{m\lambda}{g} \quad \text{und} \quad \sin\beta_m^* = \sin\varphi - \frac{m\lambda}{g}$$

(b) Für welche Winkel φ können beide Maxima 5. Ordnung auf dem Schirm beobachtet werden?

Lösung zu Aufgabe 1

Für die Dunkelstreifen (destruktive Interferenz am Einzelspalt) gilt für die Ablenkwinkel

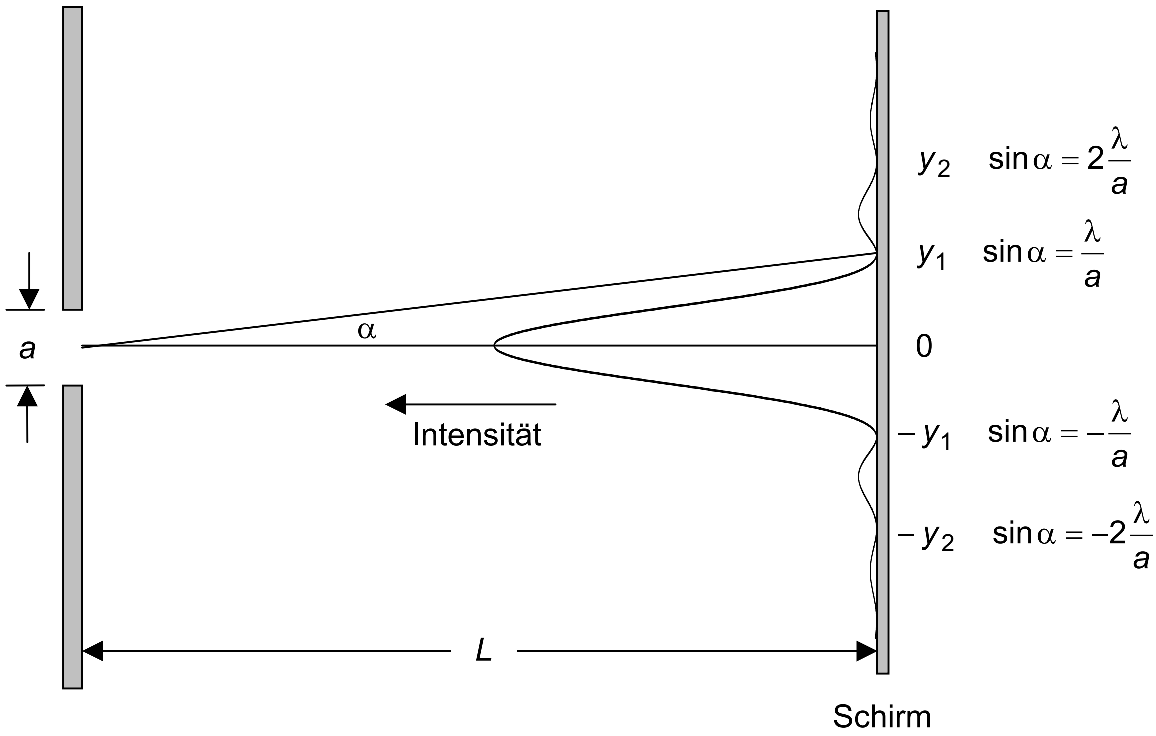
$$\sin\alpha_{\mathrm{m}} = m\frac{\lambda}{a} \text{ für } m = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Wird a verkleinert, so wird der Bruch auf der rechten Seite der Gleichung größer und damit wird auch der Ablenkwinkel größer.

Dies bedeutet, dass bei Verkleinern der Spaltöffnung die Dunkelstreifen weiter nach außen rücken.

Lösung zu Aufgabe 2

Bei einem Einzelspalt sieht die Beugungsfigur auf einem Schirm folgendermaßen aus:



Aus der Geometrie ist folgender Sachverhalt bekannt:

$$\frac{y_\text{m}}{L} = \tan\alpha_\text{m} \quad \text{für} \quad L >> a \quad \text{so gilt näherungsweise } \tan\alpha_\text{m} \approx \sin\alpha_\text{m}$$

Für die ersten beiden symmetrischen Dunkelstreifen (destruktive Interferenz am Einzelspalt) gilt für die Ablenkwinkel

$$\sin\alpha_\text{m} = m\frac{\lambda}{a} \text{ für } m = \pm 1 \text{ und mit der obigen Näherung}$$

$$\frac{y_{\pm 1}}{L} = \pm\frac{\lambda}{a} \quad \text{und die Forderung } d = y_{+1} - y_{-1} = L\frac{\lambda}{a}(1-(-1)) = 2L\frac{\lambda}{a}$$

Also

$$\lambda = \frac{da}{2L} = 5\cdot 10^{-7}\text{ m} = 500\text{ nm}$$

Lösung zu Aufgabe 3

(a) Vgl. Aufgabe 2

$$\lambda = \frac{da}{2L}$$

$$a = \frac{2L\lambda}{d} = 5 \cdot 10^{-4}\ \text{m} = 0{,}5\ \text{mm}$$

(b) Betrachtet man nur die rechte Seite der hellen Mitte:

Die Sinus-Funktion ist nach oben beschränkt auf $\sin\alpha_\text{m} \leq 1$

Nützt man die Symmetrie der Dunkelstreifen aus, so folgt damit für die Ordnung auf der rechten Seite der hellen Mitte:

$$\sin\alpha_\text{m} = m\frac{\lambda}{a} \leq 1$$

$$m \leq \frac{a}{\lambda} = 666$$

Wegen der Symmetrie sind auf der linken Seite der hellen Mitte genauso viele Dunkelstellen.

Insgesamt sind also 1332 Dunkelstellen zu sehen.

(Hier sei angemerkt, dass dies nur auf einem unendlich ausgedehnten Schirm theoretisch zu sehen wäre, zumal die Intensität ebenfalls nach außen hin stark abnimmt.)

(c) Für den Abstand zweier benachbarter Dunkelstellen gilt

$$\sin\alpha_\text{m} = m\frac{\lambda}{a} \quad \text{für} \quad m = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

und mit der obigen Näherung $\frac{y_\text{m}}{L} = \tan\alpha_\text{m} \approx \sin\alpha_\text{m}$ für kleine Ablenkwinkel folgt

$$\frac{y_\text{m}}{L} = m\frac{\lambda}{a} \quad \text{für} \quad m = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$y_\text{m} = mL\frac{\lambda}{a}$$

Der Abstand zweier benachbarter Dunkelstellen ist also

$$d = y_{\text{m}+1} - y_\text{m} = L\frac{\lambda}{a}((m+1) - m) = L\frac{\lambda}{a} = 6\ \text{mm}$$

also unabhängig von der Ordnung und somit konstant.

Lösung zu Aufgabe 4

Der Abstand der ersten beiden Dunkelstreifen (also die Breite der hellen Mitte) ist (vgl. Aufgabe 2)

$$d_{\text{helle Mitte}} = 2L\frac{\lambda}{a}$$

Diese Breite soll gerade der Spaltbreite entsprechen

$$d_{\text{helle Mitte}} = a$$

Somit folgt

$$a = 2L\frac{\lambda}{a}$$

$$a^2 = 2L\lambda$$

$$a = \pm\sqrt{2L\lambda} \quad \text{nur positive Lösung sinnvoll}$$

$$a = 1{,}64 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}64\ \text{mm}$$

Lösung zu Aufgabe 5

Bei dieser Anordnung ist der größtmögliche Winkel α_{max} bestimmt durch

$$\tan\alpha_{max} = \frac{\frac{1}{2}d}{L} = 2$$

$$\alpha_{max} = 63{,}4^{o}$$

Es darf das Minimum 1. Ordnung gerade nicht mehr auf diesen Winkel gebeugt werden, dann erhält man auf der gesamten Schiene kein Minimum.

$$\sin\alpha_{max} = +1 \cdot \frac{\lambda_{max}}{a}$$

$$\lambda_{max} = a\sin\alpha_{max} = 6{,}26\ \text{cm}$$

Alle größeren Wellenlängen können nicht mehr auf dem Schiene registriert werden.

Wegen

$$c = f_{max}\lambda_{max}$$

$$f_{max} = \frac{c}{\lambda_{max}} = 4{,}793 \cdot 10^{9}\ \text{Hz}$$

Der gesuchte Frequenzbereich ist also

$$f < f_{max} = 4793\ \text{MHz}$$

Lösung zu Aufgabe 6

(a) Die Bedingung für Minima lautet:

$$\sin\alpha_m = (2m-1)\frac{\lambda_1}{2g}$$

Maximalwinkel auf der Strecke d bei Punkt Q ist

$$\tan\alpha_Q = \frac{d}{L} = 0{,}03$$

Mit der Näherung $\tan\alpha_Q \approx \sin\alpha_Q$ für kleine Winkel folgt

$$\sin\alpha_m \le \tan\alpha_Q$$

$$(2m-1)\frac{\lambda_1}{2g} \le 0{,}03$$

$$m \le 24{,}2$$

Es können also 24 Minima auf der Strecke d erkannt werden.

(Es ist ebenfalls fraglich, ob diese Näherung für größere Ordnungen sinnvoll ist.)

(b) Für den Abstand des Minimums 4. Ordnung zu dem 3. Ordnung gilt:

$$d_{3-4} = L(\tan\alpha_4 - \tan\alpha_3) \approx L(\sin\alpha_4 - \sin\alpha_3)$$

$$= L(7-5)\frac{\lambda_1}{2g} = L\frac{\lambda_1}{g} = 1{,}27 \text{ mm}$$

(c) Einsetzen der gegebenen Bedingung

Minimum $(m+1)$-ter Ordnung von λ_1:

$$\sin\alpha_{m+1} = (2(m+1)-1)\frac{\lambda_1}{2g} = (2m+1)\frac{\lambda_1}{2g}$$

Maximum m-ter Ordnung von λ_2:

$$\sin\beta_m = m\frac{\lambda_2}{g} = m\frac{\lambda_1 + \Delta\lambda}{g}$$

Die beiden Winkel $\alpha_{m+1} = \beta_m$ müssen übereinstimmen

$$(2m+1)\frac{\lambda_1}{2g} = m\frac{\lambda_1 + \Delta\lambda}{g}$$

$$\frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} = 2m$$

Lösung zu Aufgabe 7

(a) Für die Maxima gilt:

$$\sin\beta_{\mathrm{m}} = m\frac{\lambda}{g}$$

Der Abstand zur hellen Mitte y_{m} folgt mit der Geometrie zu $\tan\beta_{\mathrm{m}} = \frac{y_{\mathrm{m}}}{L}$

Mit der Näherung $\sin\beta_{\mathrm{m}} \approx \tan\beta_{\mathrm{m}}$ für kleine Ablenkwinkel folgt

$$y_{\mathrm{m}} = m\frac{L\lambda}{g}$$

$g = m\frac{L\lambda}{y_{\mathrm{m}}}$ und z.B. für $m = 1$ ergibt dies $g = 1\cdot\frac{L\lambda}{y_1} = 0{,}3\ \mathrm{mm}$

(b) Die Maxima der 5., 6. und 7. Ordnung liegen ebenfalls äquidistant bei $\pm 25\ \mathrm{mm}, \pm 30\ \mathrm{mm}, \pm 35\ \mathrm{mm}$

(c) Ein Spalt ist nur geöffnet, dieser hat die Breite a.

Für die Minima beim Einzelspalt gilt

$\sin\alpha_{\mathrm{m}} = m\frac{\lambda}{a}$ und mit der obigen Näherung für kleine Winkel folgt $y_{\mathrm{m}} = m\frac{L\lambda}{b}$

Die ersten drei Minima liegen bei $\pm 30\ \mathrm{mm}, \pm 60\ \mathrm{mm}, \pm 90\ \mathrm{mm}$

Hierbei ist jedoch zu beachten, dass diese noch zusätzlich um eine halbe Doppelspaltbreite verschoben sind, das wären jeweils $0{,}15\ \mathrm{mm}$ - diese können jedoch vernachlässigt werden.

(d) Es kann das Maximum 6. Ordnung des Doppelspalts bei $30\ \mathrm{mm}$ nicht beobachtet werden, da die Einzelspalte dort Auslöschung verursachen.

(e) Das Glasplättchen verursacht eine Wellenlängenänderung $\lambda^* = \frac{\lambda}{n} = 401\ \mathrm{nm}$

Die Anzahl der Wellenlängen auf der Strecke d in Luft beträgt

$$m = \frac{d}{\lambda}$$

Die Anzahl der Wellenlängen auf der Strecke d im Glas beträgt

$$m^* = \frac{d}{\lambda^*} = n\frac{d}{\lambda} = nm$$

Der Gangunterschied ist also $\delta = (m^* - m)\lambda = (n-1)d$

Somit folgt für das Maximum

$$y_0 = L\frac{\delta}{g} = L\frac{(n-1)d}{g} = 17{,}6\ \mathrm{cm}$$

Ist der rechte Spalt mit dem Glasplättchen bedeckt, so liegt das neue Hauptmaximum ebenso rechts.

Lösung zu Aufgabe 8

Für die Maxima eines optischen Gitters mit der geometrischen Näherung für kleine Ablenkwinkel $\tan\beta_m \approx \sin\beta_m$, gilt

$$y_m = m\frac{L\lambda}{g} \qquad \text{(vgl. Aufgabe 7)}$$

Die minimale Wellenlänge des Spektrums sei $\lambda_{min} = 400\ \text{nm}$

Die minimale Wellenlänge des Spektrums sei $\lambda_{max} = 800\ \text{nm}$

(a) Die Breite des Spektrums 1. Ordnung ist

$$d_1 = y_{1,max} - y_{1,min} = \frac{L}{g}(\lambda_{max} - \lambda_{min}) \sim \frac{1}{g}$$

(b) Die Breite des Spektrums m-ten Ordnung ist

$$d_m = y_{m,max} - y_{m,min} = m\frac{L}{g}(\lambda_{max} - \lambda_{min}) \sim m$$

Die Breite des Spektrums nimmt linear mit der Ordnung zu.

(c) Überlappen wenn λ_{max} der m-ten Ordnung größer ist als λ_{min} der $(m+1)$-ten Ordnung

$$m_{\text{Überlapp}}\frac{L\lambda_{max}}{g} > (m_{\text{Überlapp}} + 1)\frac{L\lambda_{min}}{g}$$

$$m_{\text{Überlapp}}\frac{L(\lambda_{max} - \lambda_{min})}{g} > \frac{L\lambda_{min}}{g}$$

$$m_{\text{Überlapp}} > \frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max} - \lambda_{min}}$$

$$m_{\text{Überlapp}} > 1$$

Die Spektren überlappen also ab der 2. Ordnung.

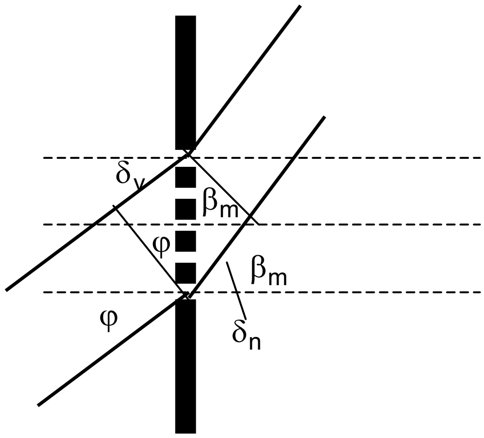
Lösung zu Aufgabe 9

(a) Der gesamte Gangunterschied δ setzt sich aus dem Gangunterschied vor und nach dem Gitter zusammen.

1. Fall: $\beta_m > \varphi$

$$\delta_v = g\sin\varphi \text{ und } \delta_n = g\sin\beta_m$$

$$\delta = \delta_n - \delta_v = g(\sin\beta_m - \sin\varphi)$$



Maxima erhält man, wenn der gesamte Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist.

$$\delta = m\lambda \text{ mit } m = 1, 2, \ldots$$

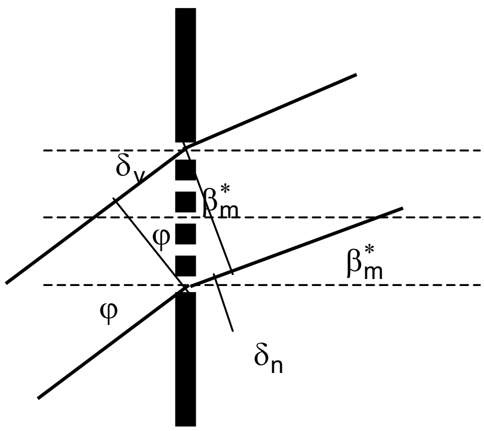
$$\sin\beta_m - \sin\varphi = m\frac{\lambda}{g}$$

$$\sin\beta_m = \sin\varphi + m\frac{\lambda}{g}$$

2. Fall: $\beta_m^* > \varphi$

$$\delta_v = g\sin\varphi \text{ und } \delta_n = g\sin\beta_m^*$$

$$\delta = \delta_v - \delta_n = g(\sin\varphi - \sin\beta_m^*)$$



Maxima erhält man, wenn der gesamte Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist.

$$\delta = m\lambda \text{ mit } m = 1, 2, \ldots$$

$$\sin\varphi - \sin\beta_m^* = m\frac{\lambda}{g}$$

$$\sin\beta_m^* = \sin\varphi - m\frac{\lambda}{g}$$

(b) Die Maxima 5. Ordnung sind nur dann zu beobachten, wenn die beiden Bedingungen

$$\beta_5 \leq 90^\circ \text{ und } \beta_5^* \geq 0^\circ$$

$$\sin\varphi = \sin\beta_5 - 5\frac{\lambda}{g} = 0{,}9684 \qquad \varphi \leq 75{,}5^\circ$$

$$\sin\varphi = \sin\beta_5^* + 5\frac{\lambda}{g} = 0{,}03165 \qquad \varphi \geq 1{,}81^\circ$$

Die beiden Maxima 5. Ordnung sind nur dann sichtbar, wenn der Laser in einem Winkelbereich von $1{,}81^\circ \leq \varphi \leq 75{,}5^\circ$ in das Gitter einstrahlt.